नवीन सरल गणित

भाग-5

(कक्षा पाँच के लिए)

मुहम्मद अशफ़ाक़ अहमद

भूमिका

विज्ञान, प्रौद्योगिकी और संचार के साधनों में होनेवाली प्रगतियों, नई-नई जानकारियों, खोजों, आविष्कारों, शिक्षण-प्रशिक्षण के मैदान में होनेवाले नित नए प्रयोगों और मानव-समाज एवं संस्कृति पर पड़नेवाले उनके प्रभावों की माँग है कि पाठ्य पुस्तकों को भी उनके अनुरूप ढाला जाए और उनका परिष्कार एवं परिवर्द्धन करके उन्हें समयानुकूल बनाया जाए। इसी ज़रूरत को ध्यान में रखते हुए हमने अपनी पाठ्य पुस्तकों की नए सिरे से तैयारी की योजना बनाई है। 'नवीन सरल गणित, भाग-5' इसी सिलसिले की एक कड़ी है।

प्रस्तुत पुस्तक की तैयारी में गणित-शिक्षण के उद्देश्यों के साथ-साथ उन आधारभूत गणितीय अवधारणाओं, परिकल्पनाओं और सिद्धान्तों को भी महत्त्व दिया गया है, जिनसे छात्र-छात्राओं के जीवन का मूल उद्देश्य जुड़ा हुआ है। छात्र-छात्राओं के मानसिक स्तर, उनके मनोविज्ञान और अधिगम के क्रमिक सिद्धान्तों का पूरा-पूरा ध्यान रखा गया है। जीवन में गणित की व्यापक उपयोगिता को ध्यान में रखकर गणित की संक्रियाओं को दैनिक जीवन एवं परिवेशीय सरोकारों से जोड़कर सुरुचिपूर्ण बनाने का प्रयास किया गया है, ताकि छात्र-छात्राएँ इस विषय में ज़्यादा से ज़्यादा दिलचस्पी लें। प्रत्येक नए अध्याय में के आरंभ उस अध्याय की विषय-सामग्री से संबंधित पिछली कक्षा की जानकारी को दोहराया गया है। साथ ही प्रत्येक अध्याय में चर्चा में आनेवाली गणितीय प्रक्रिया की व्याख्या तथा विवेचना करके उदाहरणों के द्वारा उनके हल करने की विधियों को स्पष्ट किया गया है। अतः शिक्षक बन्धुओं से अनुरोध है कि वे पढ़ाने के दौरान उन उदाहरणों से मार्गदर्शन प्राप्त करें। इस प्रकार यह पुस्तक केवल पाठ्य पुस्तक ही नहीं, बल्कि एक अभ्यास पुस्तिका भी है, जो बच्चों के लिए एक शिक्षक और शिक्षकों के लिए एक मार्गदर्शक का भी काम करेगी, इंशाअल्लाह।

पुस्तक की तैयारी में 'पाठ्य पुस्तक लेखन एवं सम्पादन समिति' तथा 'हिन्दी अनुवाद एवं सम्पादन समिति' के महानुभावों, विभाग के मित्रों के अतिरिक्त दक्ष एवं अनुभवी शिक्षकों का भी सहयोग प्राप्त किया गया है और अन्य साधनों से भी लाभ उठाया गया है। विभाग उन सभी सज्जनों का आभारी है जिन्होंने इस काम में किसी प्रकार का भी सहयोग दिया है या जिनकी कृतियों से किसी-न-किसी रूप में लाभ उठाया गया है।

पुस्तक को अच्छी-से-अच्छी बनाने का यथासंभव प्रयास किया गया है, फिर भी अनुभवी शिक्षकों और विद्वानों के सुझावों एवं उनकी टिप्पणियों की प्रतीक्षा रहेगी, ताकि भविष्य में इसको और अधिक बेहतर तथा उपयोगी बनाया जा सके।

मुहम्मद अशफ़ाक़ अहमद
निगराँ (निरीक्षक)

10 सितम्बर, 2008 ई.

गणित की पढ़ाई : कुछ महत्त्वपूर्ण तथ्य

हमारे दैनिक जीवन में गणित की आवश्यकता और उपयोगिता सर्वमान्य है। आवश्यक हिसाब-किताब कं जानकारी के बिना किसी व्यक्ति का भी काम नहीं चल सकता, चाहे वह किसी पेशे से संबंध रखता हो।

निजी और घरेलू बजट, क्रय-विक्रय, लेन-देन, नाप-तौल, उशूरो-ज़कात, विरासत और विभिन्न कामों इत्यादि से संबंधित समस्याओं से कमो-बेश सबको दोचार होना पड़ता है। इसी लिए सदियों से छों बच्चों को पढ़ना-लिखना सिखाने के साथ-साथ आवश्यक हिसाब (गणित) भी सिखाया जाता रहा है।

विज्ञान और तकनीक के इस दौर में तो इसकी ज़रूरत और अधिक महसूस होने लगी है। खोजों आविष्कारों, औद्योगिक तथा कृत्रिम वस्तुओं के निर्माणों और वैज्ञानिक प्रगतियों ने हमारे जीवन प असाधारण प्रभाव डाले हैं। सफल घरेलू जीवन भी अब इसके बिना संभव नहीं। उद्योग-धंधों, व्यापार औ कृषि, विज्ञान और प्रौद्योगिकी एवं मानव-जीवन के प्रत्येक चरण में गणित की जानकारी ज़रूरी है। तात्पर यह कि भावी जीवन की तैयारी के लिए प्रत्येक बच्चे को आरंभिक कक्षाओं में गणित की शिक्षा देना अनिवार है।

आगामी जीवन की व्यावहारिक आवश्यकताओं के लिए ही नहीं, बल्कि विभिन्न विषयों में दक्षत प्राप्त करने के लिए वैज्ञानिक और सामाजिक विषयों, यहाँ तक कि भाषा की पुस्तकों का अध्ययन करने औ उन्हें भली-भाँति समझने के लिए भी गणित के मूलभूत सिद्धान्तों से परिचित होना आवश्यक होता है।

बच्चों को अपने दैनिक जीवन, घर और पाठशाला के काम-काज, खेल-कूद में तथा अभिलाषाअं तथा प्रयासों की पूर्त्ति के लिए क़दम-क़दम पर वस्तुओं की मात्रा और संख्या, आकृति और आकार क़े गिनने, जोड़ने-घटाने, ख़रीद-बिक्री में राशि के लेन-देन, नाप-तौल के पैमाने और बाट इत्यादि के संबंध मं जानकारी की आवश्यकता महसूस होती है, जिसकी पूर्त्ति के लिए गणित का ज्ञान आवश्यक है। इस्लामियात (Islamic Studies) और भाषा-ज्ञान के बाद सबसे महत्त्वपूर्ण विषय यही है। इस दृष्टि से इसपर विशेष ध्यान देना अनिवार्य है।

आरंभिक कक्षाओं में गणित की शिक्षा का मूल उद्देश्य धीरे-धीरे बच्चों में इतनी योग्यता पैदा करना है कि वे दैनिक जीवन में हिसाब-किताब के बारे में पेश आनेवाली समस्याओं को हल कर सकें तथा अनुभव और अवलोकन में आनेवाली चीज़ों की मात्रा और संख्या, आकृति और आकार, ख़रीद-बिक्री में राशि के लेन-देन, नाप-तौल एवं समय और दूरी से संबंधित मूलभूत ज्ञान प्राप्त हो जाए और भविष्य में पढ़ाई के लिए गणित में उनकी योग्यता एवं दक्षता और अधिक मज़बूत आधार का काम दे। इस उद्देश्य की प्राप्ति के लिए आरंभिक कक्षाओं में गणित की पढ़ाई अनिवार्य है।

अफ़ज़ल हुसैन
एम.ए.एल.टी

विषय-सूची

अध्याय : 1

पूर्वाभ्यास
(Revision)

संख्याओं का पढ़ना, लिखना और उनपर चार मूल संक्रियाएँ
(Reading, writing of Nos. and fundamantal operations on them)

पिछली कक्षा में तुम सीख चुके हो कि 9 अंकों की सबसे छोटी संख्या दस करोड़ (10,00,00,000) है। दस करोड़ को हम सौ मिलियन (100 Million) भी कहते हैं।

अभ्यास 1

1. नीचे दी गई सारिणी (Table) को पढ़ो और इसमें खाली जगहों को सही उत्तर से भरो :

क्रम संख्या	संख्या शब्दों में	संख्या अंकों में	मिलियन
(i)	दस लाख	10,00,000	एक मिलियन
(ii)	एक करोड़	1,00,00,000	....
(iii)	दस करोड़	10,00,00,000	....

2. नीचे लिखी प्रत्येक संख्या को शब्दों में लिखो :

(i) 9,840 (ii) 10,520 (iii) 11,024 (iv) 7,89,663

(v) 9,03,448 (vi) 70,44,399 (vii) 63,00,783 (viii) 10,00,000

(ix) 99,99,999 (x) 1,12,60,942 (xi) 11,02,90,078 (xii) 2,52,08,090

3. निम्नलिखित को अंकों में लिखो :

(i) ग्यारह हज़ार, पाँच सौ उनहत्तर।

(ii) एक लाख, पच्चीस हज़ार, नौ सौ दो।

(iii) पैंतालीस लाख, साठ हज़ार, नौ सौ सत्ताईस।

(iv) सात लाख, नौ हज़ार, दो।

(v) दो करोड़, तेरह लाख, दस हज़ार, एक सौ सैंतालीस।

4. नीचे लिखी प्रत्येक संख्या में 3 का स्थानीय मान लिखो :

(i) 48,02,143 (ii) 8,05,378 (iii) 71,23,041

(iv) 20,75,30,601 (v) 91,25,435 (vi) 12,14,307

5. हल करो :

(i) 275043 + 28736

(ii) 364879 − 37520

(iii) 62784171 + 53549673 + 11086201

(iv) 152031 − 79324+11357

(v) 735408 − 235798 + 1308506

6. गुणनफल ज्ञात करो :

(i) 625×18 (ii) 9481×63 (iii) 92412×78

(iv) 194633×54 (v) 780369×37

7. प्रत्येक प्रश्न में भागफल और शेषफल ज्ञात करो :

(i) 78025÷17 (ii) 25783÷8 (iii) 905463÷25

(iv) 72403÷61 (v) 7049135÷43

अध्याय : 2

बिलियन का परिचय
(Introduction to Billion)

तुमने अब तक 9 अंकों से बननेवाली संख्याओं को पढ़ना सीखा है। अब तुम इनसे बननेवाली संख्याओं को लिखना भी सीखोगे।

संख्या : छप्पन करोड़, सात लाख, तेईस हज़ार, अड़तालीस पर विचार करो। यह संख्या, 56 करोड़ों, 7 लाखों, 23 हज़ारों, 4 दहाइयों तथा 8 इकाइयों को प्रकट करती है। इनको हम निम्नलिखित नियमों से स्थानीय मान-सारिणी (Place Value Table) में इस प्रकार दिखा सकते हैं :

स्थानीय मान-सारिणी

करोड़		लाख		हज़ार		इकाइयाँ		
दस करोड़ 10,00,00,000	करोड़ 1,00,00,000	दस लाख 10,00,000	एक लाख 1,00,000	दस हज़ार 10,000	एक हज़ार 1,000	सैकड़ा 100	दहाई 10	इकाई 1
5	6	0	7	2	3	0	4	8

ख़ाली स्थानों पर हम शून्य (Zero) लिखते हैं।

अत: छप्पन करोड़, सात लाख, तेईस हज़ार अड़तालीस का अंकीय रूप 560723048 है।

इसी प्रकार सभी संख्याओं को अंकों में लिखा जाता है। उदाहरणार्थ :

	शब्दों में	अंकों में
(i)	पाँच करोड़, नौ हज़ार, अठाईस।	5,00,09,028
(ii)	तिरासी करोड़, साठ लाख, पाँच हज़ार।	83,60,05,000

(iii)	नौ करोड़, पैंसठ।	9,00,00,065
(iv)	सत्तासी करोड़, नौ लाख, छियालीस हज़ार।	87,09,46,000
(V)	सात करोड़, पाँच लाख, तीन हज़ार, चार सौ।	7,05,03,400

अभ्यास : 2.1

निम्नलिखित संख्याओं को अंकों में लिखो :

(i) सत्ताईस करोड़, नब्बे लाख, तीन हज़ार, सत्तासी।

(ii) उनतालीस करोड़, तीस लाख, चौवन हज़ार, नौ सौ बयालीस।

(iii) दस करोड़, पाँच लाख, सत्तावन हज़ार, उनतालीस।

(iv) छियालीस करोड़, अस्सी लाख, सात हज़ार, तीन सौ बयासी।

(v) सात करोड़, उनासी लाख, सत्तर हज़ार, चार सौ बावन।

(vi) पैंसठ करोड़, छह लाख, तिरासी।

(vii) नौ करोड़, तिरानवे।

(viii) चालीस करोड़, बहत्तर हज़ार, नौ।

(ix) पाँच करोड़, पंचानवे लाख, नौ हज़ार, तिरासी।

(x) सतहत्तर लाख, सतहत्तर हज़ार, सात सौ सतहत्तर।

(xi) नब्बे हज़ार, पाँच सौ पाँच।

(xii) एक करोड़, एक लाख, एक हज़ार, एक।

(xiii) नौ करोड़, नौ हज़ार, नौ सौ नौ।

(xiv) अस्सी करोड़, अस्सी।

(xv) नवासी करोड़, उनहत्तर लाख, उनसठ।

अंतर्राष्ट्रीय मान-सारिणी (International Value Table)

भारतीय स्थानीय मान-सारिणी के अनुसार नौ अंकों की संख्या को लिखना तुमने सीख लिया है। नौ से ज़्यादा स्थानों को सम्मिलित करने के लिए भारतीय स्थानीय मान-सारिणी को बाईं ओर बढ़ाया जाएगा। एक करोड़ के स्थान के नज़दीक ठीक बाईं ओरवाला स्थान दस करोड़ का स्थान कहलाता है। दस करोड़ के स्थान के ठीक बाईं ओर वाले स्थान सौ करोड़ और हज़ार करोड़वाले स्थान होते हैं।

आओ! अब अन्तर्राष्ट्रीय मान-सारिणी का प्रयोग करते हुए नौ अंकोंवाली संख्याओं को लिखना सीखें।

संख्या : 283674519 एक नौ अंकीय संख्या है। इसे निम्नलिखित विधि से अंतर्राष्ट्रीय मान-सारिणी का प्रयोग करते हुए लिखेंगे।

मिलियन			हज़ार			इकाइयाँ		
10,00,00,000 सौ मिलियन	10,00,00,00 दस मिलियन	10,00,000 एक मिलियन	1,00,000 सौ हज़ार	10,000 दस हज़ार	1,000 एक हज़ार	100 सौ	10 दहाई	1 इकाई
2	8	3	6	7	4	5	1	9

इस सारिणी के अनुसार 9 अंकोंवाली संख्याओं को तीन अन्तरालों में दिखाया गया है।

इकाइयों का अन्तराल

हज़ारों का अन्तराल

मिलियन का अन्तराल

इकाइयों के स्थान, दहाइयों के स्थान और सैकड़ों के स्थान इकाइयों के अन्तराल के स्थान हैं।

एक हज़ार का स्थान, दस हज़ार का स्थान और सौ हज़ार का स्थान हज़ार के अन्तराल के स्थान हैं।

एक मिलियन का स्थान, दस मिलियन का स्थान और सौ मिलियन का स्थान मिलियन के अन्तराल के स्थान हैं।

सारिणी के अंत में दी गई संख्या 283674519 है।

इस संख्या में :

इकाइयों के अन्तराल के अंक हैं	5, 1, 9
हज़ार के अन्तराल के अंक हैं	6, 7, 4
मिलियन के अन्तराल के अंक हैं	2, 8, 3

इस संख्या को हम दो सौ तिरासी मिलियन, छः सौ चौहत्तर हज़ार, पाँच सौ उन्नीस पढ़ते हैं।

इसी प्रकार संख्या 789,231,508 को

सात सौ नवासी मिलियन, दो सौ इकतीस हज़ार, पाँच सौ आठ पढ़ा जाएगा।

क्या तुम बता सकते हो कि 628,953,146 को किस तरह पढ़ा जाएगा ?

यदि तुम्हारा उत्तर छः सौ अठाईस मिलियन, नौ सौ तिरपन हज़ार, एक सौ छियालीस है तो तुम्हारा उत्तर सही है।

भारतीय स्थानीय मान-सारिणी की तरह अधिक स्थानों को शामिल करने के लिए अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान-सारिणी को बाईं ओर बढ़ाया जाता है। मिलियन के अंतराल की बाईं ओरवाला अन्तराल बिलियन (Billion) का अन्तराल कहलाता है। एक सौ मिलियन के ठीक बाईं ओर वाला स्थान एक बिलियन का होता है।

एक सौ चौवन मिलियन, छः हज़ार, बारह को आप अंकों में किस तरह लिखेंगे? यदि आपका उत्तर 154,006,012 है तो उत्तर सही है।

यहाँ इस बात का ध्यान रहे कि ख़ाली स्थानों पर (0) अर्थात् शून्य (Zero) लिखा जाता है।

तुमने एक बात पर और विचार किया होगा कि प्रत्येक अन्तराल के बाद कॉमा लगाया जाता है। इससे बड़ी-बड़ी राशियों को पढ़ने में आसानी होती है।

निम्न में प्रत्येक संख्या को अंकों में लिखकर दिखाया गया है :

(i)	एक सौ पाँच मिलियन, सत्तावन हज़ार	105,057,000
(ii)	पाँच सौ चार मिलियन, दो सौ तेरह हज़ार, सात सौ बानवे	504,213,792
(iii)	सात सौ साठ मिलियन, तीन सौ हज़ार, बावन	760,300,052
(iv)	चवालीस मिलियन, चार सौ चालीस हज़ार, पाँच सौ पन्द्रह	44,440,515
(v)	छः सौ नौ मिलियन, बावन हज़ार, तीन सौ नौ	609,052,309

अभ्यास : 2.2

अन्तर्राष्ट्रीय मान-सारिणी का प्रयोग करते हुए निम्नांकित संख्याओं को अंकों में लिखो :

(i) अठासी मिलियन, चार सौ बाईस हज़ार, चार सौ पाँच।

(ii) एक सौ पन्द्रह मिलियन, पाँच सौ चालीस हज़ार, नौ सौ चवालीस।

(iii) चौंसठ मिलियन, दो सौ तिरानवे।

(iv) दो मिलियन, दो हज़ार, दो सौ दो।

(v) पाँच सौ चार मिलियन, दस हज़ार, दस।

(vi) सात सौ साठ मिलियन, दो सौ बारह हज़ार, तीन।

(vii) आठ सौ नौ मिलियन, आठ सौ नौ हज़ार, आठ सौ नौ।

(viii) सात बिलियन, छः सौ उन्नीस मिलियन, उनचास।

(ix) उनहत्तर बिलियन, नौ सौ इक्यानवे मिलियन, दो सौ हज़ार, तीन सौ उनासी।

(x) छः सौ उन्नीस बिलियन, उनसठ मिलियन, उनचास।

अध्याय : 3

जोड़ और घटाव
(Addition and Subtraction)

पिछली कक्षा में तुम 7 अंकोंवाली संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीख चुके हो। अब इससे बड़ी संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीखोगे।

8 अंकोंवाली संख्याओं को ठीक उसी तरह जोड़ा और घटाया जाता है, जिस तरह 7 अंकोंवाली संख्याओं को जोड़ा और घटाया जाता है।

जोड़ : तुमने पिछली कक्षा में पढ़ा कि जिन दो या दो से अधिक संख्याओं को जोड़ना हो उन्हें योज्य (Addens) कहते हैं और जोड़ के परिणाम को योगफल (Sum) कहते हैं।

इसे समझने के लिए निम्नांकित उदाहरणों पर ध्यान दो :

उदाहरण (1) : 95,728,229 में 12,503,718 को जोड़ो।

हल :

95 728 229	योज्य
+ 12 503 718	
108 231 947	योगफल

स्पष्टीकरण : जोड़ की संक्रिया इकाई के अंक से आरंभ की जाती है। इकाई के अंक 9 और 8 हैं, जिनका योगफल 17 है। योगफल 17 की इकाई के अंक 7 को इकाई के अंक के स्थान पर और दहाई के अंक 2 को, दहाई के अंकों 2 और 1 के साथ जोड़ देंगे। इस प्रकार योग 4 दहाई के स्थान पर लिखा जाएगा। इसी प्रकार जोड़ की इस प्रक्रिया को आगे बढ़ाया जाएगा।

उदाहरण (2) : 29,513,309, 8,139,518 और 91,311,294 का योगफल ज्ञात करो।

हल :

```
   29 513 309
    8 139 518
+  91 311 294
-------------
  128 964 121
```

इस तरह 29,513,309, 8,139,518 और 91,311,294 का योगफल 128,964,121 हुआ।

दाहरण (3) : एक बैतुलमाल (कोषागार) में जनवरी में 12,313,728 रुपये, फ़रवरी में 5,729,517 रुपये, मार्च में 28,717,903 रुपये और अप्रैल में 55,926,719 रुपये जमा हुए। ताइए इन चारों महीनों में कुल कितनी राशि जमा हुई ?

ल :

जनवरी में	12313728	रुपये
फ़रवरी में	15729517	रुपये
मार्च में	28717903	रुपये
अप्रैल में	55926719	रुपये
कुल राशि	112687867	रुपये

त्तर : चार महीनों में कुल 112,687,867 रुपये जमा हुए।

अभ्यास : 3.1

. योगफल ज्ञात करें :

(i) 74526025 + 16257281

(ii) 32967801 + 96231814 + 81664590

(iii) 48313219 + 16312702 + 15227415

(iv) 31201786 + 61652710 + 90688712

(v) 79624034 + 15312491 + 41512114

(vi) 30900512 + 30090012 + 40001200

(vii) 1000910 + 40035000 + 1300018

(viii) 51800012 + 51000120 + 31000712

(ix) 16500918 + 29000000 + 91700100

(x) 71800297 + 12900301 + 91700100

2. एक साबुन फ़ैक्ट्री में सोमवार को 73,526,741 साबुन की टिकियाँ और मंगलवार क 10,000,098 टिकियाँ तैयार हुईं। बताओ, दो दिनों में फ़ैक्ट्री में साबुन की कुल कितन टिकियाँ तैयार हुईं ?

3. एक चुनाव में तीन पार्टियों को क्रमश : 87,682,671; 6,271,785 और 67,854,32 वोट मिले। बताओ, तीनों पार्टियों ने कुल मिलाकर कितने वोट हासिल किए ?

घटाव

उदाहरण (1) : 74,084,845 में से 35,869,721 को घटाओ :

हल :

	6	13	10	7	14			
	~~7~~	~~4~~	~~0~~	~~8~~	~~4~~	8	4	5
−	3	5	8	6	9	7	2	1
	3	8	2	1	5	1	2	4

74,084,845 और 35,869,721 का अंतर 38,215,124 है।

उदाहरण (2) : 83,173,954 में से 27,588,653 को घटाओ।

हल :

	7	12	10	16	13			
	~~8~~	~~3~~	~~1~~	~~7~~	~~3~~	9	5	4
−	2	7	5	8	8	6	5	3
	5	5	5	8	5	3	0	1

उत्तर : 83,173,954 और 27,588,653 का अंतर 55,585,301 है।

उदाहरण (3) : एक चमड़े के कारख़ाने में कच्चा माल ख़रीदने के लिए एक वर्ष में 54,673,21(रुपये ख़र्च हुए। और इस कारख़ाने के कर्मचारियों पर 66,437,421 रुपये ख़र्च हुए। बताओ, कच्चे माल की तुलना में कर्मचारियों पर कितने रुपये अधिक ख़र्च हुए ?

ल : कच्चे माल पर ख़र्च की गई राशि = 54,673,210 रुपये

मज़दूरों पर ख़र्च की गई राशि = 66,437,421 रुपये

कच्चे माल की तुलना में मज़दूरों पर ख़र्च की गई अधिक राशि = (66437421 − 54673210) रुपये

र्थात्

$$\begin{array}{r} \overset{}{6}\,\overset{5}{\cancel{6}}\,\overset{13}{\cancel{4}}\,\overset{13}{\cancel{3}}\,7\,4\,2\,1 \\ -\;5\;4\;6\;7\;3\;2\;1\;0 \\ \hline 1\;1\;7\;6\;4\;2\;1\;1 \end{array}$$

कच्चे माल की तुलना में कर्मचारियों पर 11,764,211 रुपये अधिक ख़र्च हुए।

अभ्यास : 3.2

. घटाओ :

(i) 58,757,271 − 34,115,071

(ii) 66,450,810 − 49,765,502

(iii) 99,874,427 − 57,998,599

(iv) 86,543,219 − 80,000,018

(v) 75,298,318 − 65,478,615

. किसी देश के 75,864,328 बच्चों में से 54,789,160 बच्चे स्कूल जाते हैं। बताओ, कितने बच्चे स्कूल नहीं जाते?

. एक कारख़ाने में पहले महीने में 65,746,210 और दूसरे महीने में 76,748,207 पेन तैयार हुए। बताओ दूसरे महीने में पहले महीने की अपेक्षा कितने पेन अधिक तैयार हुए ?

. एक कारख़ाने में 78,657,405 जोड़े मोज़े तैयार हुए। यदि इनमें से 45,798,743 जोड़े मोज़े बेच दिए गए तो कितने जोड़े मोज़े बाक़ी बचे ?

अध्याय : 4

गुणा और भाग
(Multiplication and Division)

पिछली कक्षा में तुमने दो ऐसी संख्याओं को गुणा करना सीखा हैं जिनका गुणनफल 8 अंकी संख्या से बड़ा न हो।

अब तुम ऐसी संख्याओं को गुणा करना सीखोगे जिनका गुणनफल 9 अंकीय संख्या या उस अधिक हो।

पहले तीन अंकोंवाली संख्या से गुणा करने के उदाहरण पर विचार करो।

उदाहरण (1) : 52473 को 324 से गुणा करो।

हल : 52473 को 324 से निम्नलिखित विधि से गुणा किया जाएगा :

```
     52473
   × 324
  --------
    209892
 + 1049460
+ 15741900
----------
  17001252
```

52473 × 4 = 209892	4 इकाई अर्थात् 4 से गुणा
52473 × 20 = 1049460	2 दहाई अर्थात् 20 से गुणा
52473 × 300 = 15741900	3 सैकड़े अर्थात् 300 से गुणा

इस तरह 52473 और 324 का गुणनफल 17001252 हुआ।

अब चार अंकोंवाली संख्या से गुणा करने का एक उदाहरण देखो :

दाहरण (2) : 82567 को 4352 से गुणा करो।

```
      82567
    × 4352
    ---------
     165134
 +  4128350
 + 24770100
 + 330268000
 -----------
  359331584
```

82567 × 2 = 165134	2 इकाई अर्थात् 2 से गुणा
82567 × 50 = 4128350	5 दहाई अर्थात् 50 से गुणा
82567 × 300 = 24770100	3 सैकड़े अर्थात् 300 से गुणा
82567 × 4000 = 330268000	4 हज़ार अर्थात् 4000 से गुणा

स प्रकार 82567 को 4352 से गुणा रने पर 359331584 प्राप्त हुआ।

अभ्यास : 4.1

. गुणनफल ज्ञात करो :

(i)	84572	×	2051
(ii)	12457	×	8152
(iii)	49048	×	3120
(iv)	41736	×	4253
(v)	72639	×	5265

. यदि एक फ़ैक्ट्री में एक दिन में 35782 मीटर कपड़ा बनता है, तो बताओ 345 दिनों में कितना मीटर कपड़ा बनेगा ?

. अगर एक पंखे का मूल्य 495 रुपये हो तो ऐसे 4750 पंखों का मूल्य क्या होगा ?

. एक क्विंटल गेहूँ का मूल्य 585 रुपये है, तो 2761 क्विंटल गेहूँ का मूल्य क्या होगा ?

. लीपईयर सहित 25 सालों में कुल कितने घंटे होंगे ?

. एक शहर के 9875 व्यक्तियों में से प्रत्येक ने 2572 रुपये मुख्यमंत्री राहत-कोष में दिए। बताओ, उस कोष में कितनी राशि एकत्र हुई ?

भाग

(Division)

चौथी कक्षा में चार अंकोंवाली संख्या को दो अंकोंवाली संख्या से भाग देना तुम सीख चु हो। अब पाँच अंकोंवाली संख्या को दो या तीन अंकोंवाली संख्या से भाग देना सीखो।

पाँच अंकोंवाली संख्या को दो अंकोंवाली संख्या से भाग देना :

उदाहरण (1) : 42325 को 25 से भाग दो।

पहला चरण :

```
      1
25)42325
  -25
   17
```

भाज्य (Dividend) के हज़ार और दस हज़ार के अंक क्रमश: 2 और 4 हैं। इसलिए संख्या हु 42, अब 25 का पहाड़ा पढ़ेंगे और 42 से कम पर रुक जाएँगे। 25 दूनी 50 होता है, जो 42 से ब है। इसलिए 25 एकम् 25 लेंगे और '1' को भागफल (Quotient) के स्थान पर लिखेंगे। 42 में 2 घटाएँगे। घटाने पर 17 शेष रहा।

दूसरा चरण :

```
      16
25)42325
  -25↓
   173
  -150
   ×23
```

17 की दाईं ओर भाज्य सैकड़े का अंक 3 उतारेंगे। अब संख्या 173 हो गई। 25 का पहा पढ़ेंगे। 25 छक्के 150 होता है। 173 के नीचे 150 लिखेंगे और 6 को भागफल की दाहिनी ओ लिखेंगे। 173 में से 150 घटाने पर 23 शेष रहा।

तीसरा चरण :

```
     169
25)42325
  -25↓
   173
  -150↓
   ×232
  - 225
    ××7
```

शेष 23 की दाईं ओर भाज्य की दहाई का अंक 2 उतारेंगे। अब संख्या बनी 232। 25 का पहाड़ा पढ़ेंगे। 25 नवाँ 225 हुआ। इसे 232 के नीचे लिखेंगे और 9 को भागफल के स्थान पर 6 की दाहिनी ओर लिखेंगे। 232 में से 225 घटाने पर 7 शेष रहा।

चौथा चरण :

```
     1693
25)42325
  -25↓
   173
  -150↓
   ×232
  - 225↓
    ××75
  -   75
       0
```

शेष (Remainder) 7 की दाईं ओर भाज्य के इकाई का अंक 5 उतारेंगे। अब संख्या बनी 75 और 25 का पहाड़ा पढ़ने पर 25 तिया 75 हुआ। इसे 75 के नीचे लिखेंगे और 3 को भागफल के स्थान पर 169 की दाहिनी ओर लिखेंगे। 75 में से 75 घटाने पर शून्य (शेष) रहेगा। इस तरह भाग की क्रिया पूरी हुई। भागफल 1693 और शेषफल रहा 0 (शून्य)।

अभ्यास : 4.2

1. भाग दीजिए, भागफल और शेषफल लिखिए :

   (i) 78750 ÷ 15

   (ii) 45291 ÷ 31

   (iii) 64829 ÷ 24

   (iv) 61515 ÷ 45

   (v) 84563 ÷ 40

2. एक पुस्तक का मूल्य यदि 35 रुपये हो, तो 87,535 रुपये में कितनी पुस्तकें मिलेंगी?

3. 23 व्यक्तियों का रेल किराया 5,980 रुपये है, तो एक आदमी का किराया क्या होगा ?

4. 1170 पौधों को 26 पंक्तियों में लगाना हो तो प्रत्येक पंक्ति में कितने पौधे लगाए जाएँगे ?

5. वह कौन-सी संख्या है जिसे 981 से गुणा करने पर गुणनफल 108891 प्राप्त होता है?

6. 620375 को किसी संख्या से भाग दिया गया। अगर भागफल 709 हो तो वह संख्या मालूम करो।

तीन अंकोंवाली संख्या से भाग

उदाहरण (1) : 54368 को 142 से भाग दो।

हल : भाजक (Divisor) 142 एक तीन अंकीय संख्या है। 142 का पहाड़ा तो तुम्हें याद नहीं होगा। फिर यह प्रश्न किस तरह हल करोगे?

चूँकि 142 एक तीन अंकीय संख्या है, इसलिए भाज्य में भी बाईं ओर के तीन अंक लिए जाएँगे। बाईं ओर के पहले तीन अंकों से बनी हुई संख्या 543 है। अब 142 को 2,3,4 इत्यादि से गुणा करके देखो। जब संख्या 543 के बहुत निकट, लेकिन उससे छोटी हो, तो जिस संख्या से गुणा किया गया हो, उसे भागफल के स्थान पर लिखा जाएगा।

$$142 \times 3 = 426$$

इसलिए भागफल के स्थान पर 3 लिखा जाएगा और 543 के ठीक नीचे 426, और अब 543 में से 426 को घटा दो। शेष 117 रहा। भाज्य में से 543 की दाईं ओर के अंक 6 को 117 के दाहिनी ओर लिखो। यह संख्या 1176 हो जाएगी। अब 142 को 2,3,4,5,6,7,8, इत्यादि से गुणा करो।

```
        3
142 ) 54368
     -426
      117
```

अब 142 को 8 से गुणा करो –

8 × 142 = 1136

8 को भागफल में 3 के ठीक दाहिनी ओर लिखो और 1136 को 1176 के ठीक नीचे लिखकर घटाने पर 40 शेष रहा।

फिर भाज्य में 6 के बादवाले अंक 8 के 40 की दाहिनी ओर लिखो। इस तरह संख्या बनी 408। अब 142 को 2 से गुणा करो।

142 × 2 = 284

284 को 408 के ठीक नीचे लिखकर घटाओ। घटाने पर शेष 124 रहा। चूँकि 124, 142 से छोटी है, इसलिए भाग की प्रक्रिया आगे नहीं बढ़ सकती।

```
        382
142 ) 54368
     -426↓
      1176
     -1136↓
        408
     -  284
        124
```

इस तरह भाग की संक्रिया यहीं पूर्ण हो गई।

इस उदाहरण में 382 भागफल और 124 शेषफल है।

उदाहरण (2) : एक कुर्सी का मूल्य 122 रुपये है तो 61,244 रुपयों में कितनी कुर्सियाँ ख़रीदी जा सकती हैं ?

हल : दी हुई राशि = 61,244 रुपये है

एक कुर्सी का मूल्य = 122 रुपये

61,244 रुपये में ख़रीदी जाने वाली कुर्सियों की संख्या होगी 61,244 ÷ 122

पहले 122 को 5 से गुणा करेंगे तो गुणनफल 610 होगा। गुणनफल को भाज्य की बाईं ओर के तीन अंकों से बनी संख्या 612 के नीचे लिखकर घटाओ।

```
        5
122 ) 61244
     -610↓
      ××24
```

इस तरह 2 शेष बचेगा। इसके बाद भाज्य से 4 उतार लेने के बावजूद प्राप्त होनेवाली संख्या 24 है, जो भाजक से छोटी है। इसलिए 122 इसमें से नहीं घटा सकते। अब भागफल में 5 की दाहिनी ओर 0 (शून्य) लिखकर भाज्य के इकाईवाले अंक 4 को 24 की दाहिनी ओर लिखेंगे तो यह संख्या 244 हो जाएगी।

```
        50
122 ) 61244
     -610↓ |
        24 |
       -00↓
       244
```

अब 122 को 2 से गुणा करेंगे।

122 × 2 = 244

```
        502
122 ) 61244
     -610↓ |
        24 |
      - 00↓
       244
      -244
       000
```

इस तरह 502 भागफल प्राप्त हुआ और 0 (शून्य) शेषफल रहा।

अत: 61244 रुपयों में 502 कुर्सियाँ ख़रीदी जा सकती हैं।

अभ्यास 4.3

1. गुणनफल ज्ञात करो :

(i) 4329 × 532 (ii) 76795 × 5219

(iii) 72651 × 7276 (iv) 7493 × 4051

(v) 89543 × 5432

2. भागफल और शेषफल ज्ञात करो :

(i) 5064 ÷ 47 (ii) 6843 ÷ 105

(iii) 88888 ÷ 888 (iv) 67875 ÷ 213

(v) 96024 ÷ 102 (vi) 20398 ÷ 235

3. एक कम्प्यूटर एक मिनट में क़ुरआन शरीफ़ के 57,913 अक्षर छापता है। बताओ डेढ़ घंटे में कितने अक्षर छापेगा?

4. किसी बस्ती के हर घर से स्कूल के लिए 170 रुपये चन्दा लिया गया। अगर जमा होनेवाली कुल राशि 41,650 रुपये हो, तो बताओ कितने घरों ने चन्दा दिया ?

5. एक कम्पनी प्रतिदिन 75,756 क़लम तैयार करती है। अगर किसी साल 288 दिन काम हुआ हो, तो बताओ उस साल कितनी क़लमें तैयार होंगी ?

6. किसी परीक्षा में 1,50,729 परीक्षार्थी सम्मिलित हुए। अगर हर परीक्षार्थी से 265 रुपये शुल्क (फ़ीस) के रूप में लिए गए हों, तो बताओ कुल कितनी राशि जमा हुई होगी ?

7. औरंगाबाद से दिल्ली तक का किराया सचखण्ड एक्सप्रेस से 425 रुपये है। अगर साल भर में 73000 यात्रियों ने इस ट्रेन द्वारा औरंगाबाद से दिल्ली तक की यात्रा की हो, तो बताओ उनका कुल किराया कितना हुआ ?

8. फ़ारान की घाटी में आयोजित होनेवाले सम्मेलन में 3,65,693 लोग सम्मिलित हुए। अगर प्रत्येक व्यक्ति से 135 रुपये भोजन शुल्क के रूप में लिए गए हों, तो कुल कितनी राशि जमा हुई होगी ?

9. एक छात्रा के यूनीफ़ार्म पर 263 रुपये ख़र्च होते हों, तो 3,68,200 रुपये में कितनी छात्राओं के यूनीफ़ार्म बन सकते हैं ?

10. एक कार्टन में अगर 246 सन्तरे आते हों, तो 13,215 कार्टनों में कुल कितने सन्तरे आएँगे ?

संयुक्त अभ्यास

1. जोड़ो :

(i) 54217 + 6321 (ii) 1653777 + 40058

(iii) 4187543 + 27498 (iv) 5100090 + 24687

(v) 55678446 + 4986667

2. नीचे दिए हुए प्रत्येक सवाल में तारक (☆) चिह्न की जगह उपयुक्त अंक लिखो :

(i)
```
   8 7 ☆ 5 5 ☆ 3
+  3 2 5 ☆ ☆ 4 1
-----------------
 1 1 ☆ 9 7 6 6 4
```

(ii)
```
    8 8 ☆ 4 1 ☆ 2 2
 +  6 ☆ 7 ☆ 9 2 ☆ 9
 ---------------------
  1 5 5 4 0 ☆ 5 3 1
```

3. घटाओ :

(i) 4521675 − 3426757

(ii) 5798127 − 4654221

(iii) 76866498 − 2468776

(iv) 85797664 − 32507060

(v) 87654321 − 12345678

4. 76,79,521 में कौन-सी संख्या जोड़ी जाए कि योगफल 10,26,59,842 हो जाए?

5. 4,32,95,321 में से किस संख्या को घटाया जाए कि शेषफल 2,07,48,903 रह जाए ?

6. 90,000,000 कितना बड़ा है 47,876,712 से?

7. प्रश्न 6 में दी गई संख्या में कितने का अन्तर है?

8. प्रश्न 6 में दूसरी संख्या पहली संख्या से कितनी छोटी है?

9. गुणनफल ज्ञात करो :

(i) 49154 × 406

(ii) 75541 × 203

(iii) 80000 × 1652

(iv) 42459 × 4005

(v) 674310 × 332

10. भाग दो, भागफल (Quotient) और शेषफल (Remainder) ज्ञात करो :

(i) 74632 ÷ 100

(ii) 85421 ÷ 112

(iii) 66666 ÷ 666

(iv) 55874 ÷ 785

(v) 73441 ÷ 912

11. साधारण विधि द्वारा गुणनफल बताओ :

(i) 785 × 10000 = ...

(ii) 100 × 48675 = ...

(iii) 500 × 50000 = ...

12. ज़बानी भाग करो और भागफल तथा शेषफल ज्ञात करो :

(i) 46729 ÷ 10

(ii) 75436 ÷ 100

(iii) 85848 ÷ 1000

(iv) 19810 ÷ 10000

(v) 999999 ÷ 100000

13. किसी राज्य के माध्यमिक विद्यालयों में शिक्षकों की संख्या 45,567 और प्राथमिक विद्यालयों में शिक्षकों की संख्या 7,41,217 है। बताओ, राज्य में माध्यमिक और प्राथमिक स्कूलों में शिक्षकों की कुल संख्या कितनी है ?

14. किसी राज्य में पहले साल 451768 टन, दूसरे साल 598765 टन और तीसरे साल 754631 टन चीनी तैयार की गई। बताओ, उस राज्य में उन तीन वर्षों में कुल कितनी चीनी तैयार की गई ?

15. शिक्षा-अभियान के अन्तर्गत 8754000 व्यक्तियों को शिक्षित बनाया गया। अगर उनमें मर्दों की संख्या 3050421 थी। तो औरतों की संख्या ज्ञात करो।

16. चुनाव में जीतनेवाले उम्मीदवार को अपने निकटतम प्रतिद्वन्द्वी से 11507 वोट अधिक मिले। यदि उसके वोटों की संख्या 998544 थी, तो बताओ उसके निकटतम प्रतिद्वन्द्वी को कितने वोट मिले?

17. किसी शहर का प्रत्येक नागरिक सालाना औसतन 302 पृष्ठ पढ़ता है। अगर उस शहर की जनसंख्या 75214 हो, तो बताओ वहाँ प्रतिवर्ष कितने पृष्ठ पढ़े जाते हैं ?

18. एक कम्प्यूटर प्रिंटर एक मिनट में 240 अक्षर प्रिंट करता है। बताओ, इसी गति से 8400 अक्षरों को प्रिंट करने में उसे कितना समय लगेगा?

19. अलीगढ़ के एक कारख़ाने में प्रतिवर्ष 18,620 ताले तैयार होते हैं। अगर एक कार्टन में 133 ताले पैक किए जाते हों, तो साल भर में बनाए गए तालों के लिए कितने कार्टनों की आवश्यकता होगी ?

25 और 76 वे संख्याएँ हैं, जिन्हें अगर ऐसी संख्याओं से गुणा किया जाए जिनकी इकाई और दहाई के अंक से बननेवाली संख्या 25 या 76 हो तो गुणनफल में भी इकाई और दहाई से बननेवाली संख्या 25 या 76 ही होगी।

जैसे:

$25 \times 25 = 625$

$76 \times 76 = 5776$

$125 \times 25 = 3125$

$176 \times 76 = 13376$

अध्याय : 5

संख्याओं के प्रकार

(Types of Numbers)

सम संख्याएँ (Even Numbers)

छलांग लगाते हुए गिनना हम जानते हैं।

2 से आगे एक-एक संख्या छोड़कर गिनती पर विचार करो।

जैसे :	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40

इन संख्याओं की विशेषताओं पर विचार करने से तुम्हें ज्ञात होगा कि :

☆ 2 को 1, 2, 3, 4...... इत्यादि संख्याओं से गुणा करने पर क्रमश : 2, 4, 6, 8...... प्राप्त होते हैं। ये सभी संख्याएँ 2 के अपवर्त्य अथवा गुणज हैं।

☆ अब तुम इन संख्याओं को 2 से भाग दो।

☆ तुम देखोगे कि ये संख्याएँ 2 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती हैं।

☆ इन संख्याओं की एक विशेषता यह भी है कि चाहे ये संख्याएँ दो अंकीय, तीन अंकीय, चार अंकीय इत्यादि हों, इनकी इकाई के स्थान पर 0, 2, 4, 6 या 8 में ही से कोई एक अंक होता है।

याद रखो : ऐसी सभी संख्याएँ जो 2 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाएँ सम संख्याएँ कहलाती हैं।

अभ्यास 5.1

1. सम संख्याएँ बताओ :

(i) 8 (ii) 24 (iii) 15 (iv) 30 (v) 52
(vi) 21 (vii) 53 (viii) 96 (ix) 99 (x) 78

2. भाग की संक्रिया द्वारा सम संख्याएँ ज्ञात करो :

(i) 36 (ii) 54 (iii) 81 (iv) 122 (v) 153
(vi) 4852 (vii) 10690 (viii) 39291 (ix) 98052 (x) 320903

विषम संख्याएँ (Odd Numbers)

1 और उसके बादवाली संख्या को एक संख्या छोड़कर गिनो। जैसे :

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19,

21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, इत्यादि।
इन संख्याओं को यदि 2 से भाग दिया जाए तो ये पूरी-पूरी विभाजित नहीं हो सकतीं। इन संख्याओं की इकाई के स्थान पर 1, 3, 5, 7, 9 ही में से कोई एक अंक होगा।

याद रखो : ऐसी सभी संख्याएँ जो 2 से पूरी-पूरी विभाजित नहीं सकतीं, विषम संख्याएँ कहलाती हैं।

अभ्यास : 5.2

1. विषम संख्याएँ बताओ :

(i) 5 (ii) 19 (iii) 23 (iv) 27 (v) 20
(vi) 34 (vii) 43 (viii) 89 (ix) 91 (x) 94

2. भाग की संक्रिया द्वारा विषम संख्याएँ ज्ञात करो :

(i) 63 (ii) 45 (iii) 28 (iv) 112 (v) 111

(vi) 3001 (vii) 4290 (viii) 8956 (ix) 75670 (x) 28933

अभाज्य और यौगिक संख्याएँ
Prime and Composite Numbers

दी गई संख्या के ऐसे खंड जिन्हें आपस में गुणा करने पर जो संख्या प्राप्त होती है, उसे उसक गुणनखण्ड कहते हैं।

निम्नांकित संख्याओं के गुणनखण्ड पर विचार करो :

1	=	1 × 1
2	=	2 × 1
3	=	3 × 1
4	=	4 × 1 और 2 × 2
5	=	5 × 1
6	=	6 × 1 और 3 × 2
12	=	12 × 1 और 2 × 6 और 4 × 3
15	=	15 × 1 और 5 × 3

विचार करने पर तुम्हें इनमें तीन प्रकार की संख्याएँ दिखलाई देंगी :

(i) ऐसी संख्याएँ जिनका गुणनखण्ड केवल संख्या '1' होता है। जैसे : '1'

(ii) ऐसी संख्याएँ जिनके गुणनखण्ड दो संख्याएँ होती हैं, '1' और दूसरी वही संख्या। जैसे : 2, 3 और 5 इत्यादि।

(iii) ऐसी संख्याएँ जिनके गुणनखण्ड दो से अधिक संख्याएँ होती हैं। जैसे : 4, 6, 12 और 15 इत्यादि।

याद रखो : ऐसी संख्याएँ जिनके गुणनखण्ड केवल दो संख्याएँ हों अर्थात् '1' और स्वयं वे ही संख्याएँ, वे अभाज्य संख्याएँ कहती हैं।

ऐसी संख्याएँ जिनके गुणनखण्ड दो से अधिक हों, वे यौगिक संख्याएँ कहलाती हैं

संख्या '1' चूँकि दोनों प्रकार की संख्या में शामिल नहीं है, इसलिए न यह अभाज्य संख्या है, न भाज्य और न ही यौगिक संख्या।

'2' सबसे छोटी अभाज्य संख्या है और यह सम संख्या भी है। दूसरी सभी सम संख्याएँ यौगिक संख्याएँ होती हैं।

अभ्यास : 5.3

1. अभाज्य और यौगिक संख्याओं की पहचान करो :

13, 15, 17, 20, 35, 46, 29, 43, 71

2. 1 से 30 तक गिनती लिखकर अभाज्य संख्याओं के चारों ओर वृत्त (O) और यौगिक संख्याओं के चारों ओर वर्ग (□) बनाओ।

3. छोटी-से-छोटी विषम यौगिक संख्या बताओ।

4. छोटी-से-छोटी अभाज्य संख्या बताओ।

5. 40 से 100 तक के बीच की ऐसी अभाज्य संख्याएँ बताओ, जिनकी इकाई के स्थान पर 2 हो।

6. 10 से बड़ी और 20 से छोटी अभाज्य संख्याओं की इकाई के स्थान पर कौन-कौन-से अंक होंगे ?

7. ऐसी तीन संख्याएँ बताओ जो यौगिक भी हों और विषम भी।

अध्याय : 6

विभाजकता की जाँच

(Test of Divisibility)

2 से विभाजकता

अगर किसी संख्या की इकाई का अंक 0, 2, 4, 6 या 8 हो तो वह संख्या 2 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाएगी।

याद रखो : प्रत्येक सम संख्या '2' से विभाजित हो जाती है।

अभ्यास : 6.1

1. बताओ नीचे की कौन-कौन-सी संख्याएँ '2' से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती हैं ?

214, 315, 200, 111, 248,
341 327, 452, 1316, 4507

3 से विभाजकता

यदि किसी संख्या के अंकों का योग '3' का अपवर्त्य (गुणज) हो (3 के पहाड़े में आता हो) तो वह संख्या '3' से पूरी-पूरी विभाजित हो जाएगी।

उदाहरण (1) : 432 संख्या 3 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाएगी, क्योंकि इसके अंकों का योग 9 है अर्थात् 4+3+2=9 '9' '3' का अपवर्त्य (गुणज) है।

उदाहरण (2) : संख्या 253, '3' से पूरी-पूरी विभाजित नहीं हो सकती, क्योंकि इसके अंकों का योग 10 है अर्थात् 2+5+3=10 और 10 संख्या 3 का अपवर्त्य (गुणज) नहीं है।

अभ्यास : 6.2

1. निम्नांकित में से कौन-कौन सी संख्या 3 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती हैं ?

(i) 425 (ii) 732 (iii) 303 (iv) 132

(v) 197 (vi) 2533 (vii) 4562

5 से विभाजकता

अगर किसी संख्या की इकाई का अंक '0' या '5' हो तो वह संख्या '5' से पूरी-पूरी विभाजित हो जाएगी। जैसे : 105, 220, 4375।

अभ्यास : 6.3

1. बताओ कि नीचे की कौन-कौन-सी संख्याएँ 5 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती हैं ?

(i) 311 (ii) 2030 (iii) 7654

(iv) 1000 (v) 445 (vi) 5553

संयुक्त अभ्यास

1. निम्नांकित संख्याओं में 2, 3 या 5 से पूरी-पूरी विभाजित होनेवाली संख्याओं के अलग-अलग समूह बनाओ :

(i) 728 (ii) 321 (iii) 1001 (iv) 972 (v) 2132

(vi) 670 (vii) 5000 (viii) 151 (ix) 325 (x) 9354

अध्याय : 7

गुणनखण्ड
(Factors)

तुम ज्ञानते हो कि :

$$20 = 5 \times 4$$

अर्थात् संख्या 20 को 5 × 4 के रूप में लिख सकते हैं। इस प्रकार 5 और 4 संख्या 20 के ऐसे खण्ड हैं, जिन्हें परस्पर गुणा करने पर 20 प्राप्त होता है।
5 और 4 को हम 20 के गुणनखण्ड कहते हैं।

गुणनखण्ड ज्ञात करना

उदाहरण : 45 का गुणनखण्ड ज्ञात करो।

45 का गुणनखण्ड ज्ञात करने के लिए हम ऐसे दो खण्ड मालूम करेंगे जिनका गुणनफल 45 हो। इसके लिए हमें देखना होगा कि 45 किन-किन पहाड़ों में आता है।

तुम जानते हो कि :

(i) 9 × 5 = 45 (ii) 3 × 3 × 5 = 45

(iii) 15 × 3 = 45 (iv) 5 × 3 × 3 = 45

यहाँ 45 के चार विभिन्न गुणनखण्ड प्राप्त हुए।

याद रखिए: यह नियम केवल ऐसी संख्याओं के गुणनखण्ड ज्ञात करने के लिए है, जिनके पहाड़े तुम्हें याद हों। इस नियम के द्वारा ज्ञात किए गए गुणनखण्ड के और भी कई खण्ड किए जा सकते हैं।

गुणनखण्ड ज्ञात करने का अन्य नियम, इंशाअल्लाह, तुम आगे सीखोगे।

अभाज्य गुणनखण्ड

इससे पहले तुमने पहाड़े की सहायता से 45 के गुणनखण्ड ज्ञात किए थे।

$9 \times 5 = 45$ $15 \times 3 = 45$

यहाँ तुम देखोगे कि 45 के इन खण्डों के अतिरिक्त और भी खण्ड किए जा सकते हैं।

जैसे : $9 \times 5 = 45$ $15 \times 3 = 45$

$\overline{3 \times 3} \times 5 = 45$ $\overline{5 \times 3} \times 3 = 45$

इस तरह अब 45 के जो गुणनखण्ड ज्ञात हुए इनके और अधिक खण्ड नहीं हो सकते।

अभाज्य गुणनखण्ड निकालने की विधि

उदाहरण (1) : 45 के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो :

हल : 45 के अभाज्य गुणनखण्ड तुम नीचे लिखी विधि द्वारा ज्ञात कर सकते हो :

⇨ सबसे पहले दी हुई संख्या को छोटे-छोटे अभाज्य गुणनखण्ड से भाग दो।

```
     15
3 ) 45
   -3
    15
   -15
    ××
```

45 को 3 से भाग देने पर भागफल 15 आता है। इस 15 को 45 के नीचे लिखो।

3	45
3	15
5	5
	1

➡ अब 15 में पुन: सबसे छोटी अभाज्य संख्या 3 से भाग दो। भागफल 5 आया। 5 को 15 के ठीक नीचे लिखो।

➡ अब 5 को 5 से भाग दो, क्योंकि यह 3 से विभाजित नहीं हो सकता और 3 से बड़ी अभाज्य संख्या 5 है। 5 को 5 से भाग देने पर भागफल 1 आएगा। 1 को 5 के नीचे लिखो।

3	45
3	15
5	5
	1

भागफल 1 आने पर अभाज्य गुणनखण्ड निकालने के लिए भाग की संक्रिया पूरी हुई। इस तरह प्राप्त होनेवाली संख्या को हम निम्न तरीक़े से लिख सकते हैं :

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

यही 45 के अभाज्य गुणनखण्ड हैं।

अब एक और उदाहरण पर विचार करो।

उदाहरण (2) : 240 के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो।

हल : 240 में इकाई के स्थान पर 0 (शून्य) है, इसलिए यह संख्या 2 और 5 दोनों से विभाजित हो सकती है।

2 चूँकि 5 से छोटा है, अत : 240 को सबसे पहले 2 से भाग दिया जाएगा। 2 से भाग देने पर भागफल 120 आया। फिर 120 को भी 2 से भाग किया गया तो भागफल 60 आया। फिर 60 को 2 से भाग करने पर भागफल 30 आया। 30 को 2 से भाग देने पर भागफल 15 आया।

15 के अभाज्य गुणनखण्ड 3 और 5 होंगे।

2	240
2	120
2	60
2	30
3	15
5	5
	1

अत : 240 के अभाज्य गुणनखण्ड ये होंगे : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

अभ्यास : 7

1. नीचे लिखी संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो :

(i)	35	(ii)	128	(iii)	273	(iv)	99
(v)	196	(vi)	400	(vii)	78	(viii)	345
(ix)	121	(x)	3125				

किसी भी पाँच अंकोंवाली संख्या को पहले 11 से गुणा करो, फिर गुणनफल को 9091 से गुणा करो। इस प्रकार जो गुणनफल प्राप्त होगा उसमें एक ही संख्या दो बार लिखी होगी।

उदाहरण :

पाँच अंकोंवाली संख्या 32546 ली।

अब इसे 11 से गुणा किया।

$32546 \times 11 = 358006$

अब इस गुणनफल 358006 को 9091 से गुणा किया।

$358006 \times 9091 = 3254632546$

तुम देखते हो कि गुणनफल में 32546 दो बार आया है।

यह बात किसी भी पाँच अंकीय संख्या के लिए सत्य है।

अध्याय : 8

महत्तम समापवर्तक और लघुत्तम समापवर्त्य

Highest Common Factor (HCF) and Lowest Common Multiple (LCM)

महत्तम समापवर्तक

तुम जानते हो कि किसी संख्या के अभाज्य गुणनखण्ड वे अभाज्य संख्याएँ हैं जिनको गुणा करने पर वही संख्या प्राप्त होती है।

उदाहरण (1) : 12 के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो।

हल : $12 = 2 \times 2 \times 3$

2	12
2	6
3	3
	1

अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करने के लिए संख्या को छोटी-छोटी अभाज्य संख्या से भाग देते हैं। फिर भागफल को किसी दूसरे अभाज्य गुणनखण्ड से भाग देते हैं। यह प्रक्रिया उस समय तक जारी रखते हैं जब तक कि भागफल 1 न आ जाए।

उदाहरण (2) : 18 के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो।

$18 = 2 \times 3 \times 3$

2	18
3	9
3	3
	1

गुणनखण्ड की विधि से महत्तम समापवर्तक मालूम करना

उदाहरण (1) : 36 और 48 का महत्तम समापवर्तक (HCF) मालूम करो।

हल : पहले हम 36 और 48 के अभाज्य गुणनखण्ड मालूम करेंगे।

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

36 के गुणनखण्ड हैं : $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

48 के गुणनखण्ड हैं : $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

36 और 48 के समान अपवर्तक या गुणनखण्ड 2, 2 और 3 हैं।

और इन दोनों में महत्तम समापवर्तक = $2 \times 2 \times 3 = 12$ है।

दो या दो से अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक वह बड़ी-से-बड़ी संख्या है जो इन संख्याओं को पूरा-पूरा विभाजित कर दे।

उदाहरण (2) : 18, 27 और 45 का महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात करो।

2	18
3	9
3	3
	1

18 के गणनखण्ड हैं : $18 = 2 \times 3 \times 3$

3	27
3	9
3	3
	1

27 के गुणनखण्ड हैं : $27 = 3 \times 3 \times 3$

3	45
3	15
5	5
	1

45 के गुणनखण्ड हैं : $45 = 3 \times 3 \times 5$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3$$
$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

संयुक्त गुणनखण्ड हैं। 3,3

महत्तम समापवर्तक $3 \times 3 = 9$

अतः 18, 27 और 45 का महत्तम समापवर्तक 9 है।

अभ्यास : 8.1

1. गुणनखण्ड-विधि से महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो :

(i) 6,8 (ii) 5,25 (iii) 60,72 (iv) 12,18,24

(v) 15,20,25 (vi) 30,40,50 (vii) 144,324 (viii) 72,108,144

भाग की विधि से महत्तम समापवर्तक ज्ञात करना (HCF)

उदाहरण (1) : 64 और 96 का महत्तम समापवर्तक भाग की विधि से मालूम करो।

हल :

```
       1
64) 96
   -64
    32) 64 (2
       -64
         ×
```

भाग के द्वारा महत्तम समापवर्तक मालूम करने के लिए बड़ी संख्या को छोटी संख्या से भाग देते हैं। 96 को 64 से भाग देने पर भागफल '1' और शेष 32 आया। अब 64 को 32 से भाग दिया जाएगा। भाग देने पर शेष 0 (शून्य) आया। अर्थात् 64,32 से पूरी तरह विभाजित हो गया। इस प्रकार 96 और 64 का महत्तम समापर्वतक 32 हुआ।

उदाहरण (2) : 380, 475 और 570 का भाग की विधि से महत्तम समापवर्तक मालूम करो।

हल :

```
         1
380) 475
    -380
     ×95) 380 (4
         -380
           ×
```

पहले 475 को 380 से भाग दिया गया तो शेष 95 रहा। फिर 95 से 380 को भाग दिया गया तो शेष '0' प्राप्त हुआ। मालूम हुआ कि 380 और 475 का महत्तम समापवर्तक 95 है।

अब तीसरी संख्या 570 को 95 से भाग दिया।

```
95) 570 (6
   -570
     ×
```

570 में 95 से भाग देने पर 6 भागफल प्राप्त हुआ।
इसलिए 380, 475 और 570 का महत्तम समापवर्तक 95 हुआ।

अभ्यास : 8.2

1. भाग-विधि द्वारा महत्तम समापवर्तक मालूम करो :

(i) 195,325 (ii) 172,215 (iii) 216,360

(iv) 945,135 (v) 645,1075 (vi) 476,1190,952

(vii) 1405,1235,3050

2. वह बड़ी-से-बड़ी संख्या मालूम करो जिससे 2496 और 3264 को भाग देने पर शेष कुछ न बचे।

3. वह बड़ी-से-बड़ी संख्या मालूम करो जो 1403, 2135 और 3050 को पूरी तरह विभाजित कर दे।

4. नदीम के पास 9625 रुपये हैं और अतहर के पास 11375 रुपये। दोनों ने एक तरह का रेडियो ख़रीदा, तो बताओ उस रोडियो का ज़्यादा-से-ज़्यादा मूल्य क्या था ?

लघुत्तम समापवर्त्य (L.C.M)

गुणनखण्ड की विधि से लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करना :

दो संख्याओं के गुणनखण्ड मालूम करके उनका लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करने की विधि इससे पहले तुम सीख चुके हो। आओ अब यह देखें कि गुणनखण्ड की विधि से लघुत्तम समापवर्त्य किस तरह मालूम किया जाता है।

उदाहरण (1) : 15 और 25 का लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करो।

हल : पहले 15 और 25 के गुणनखण्ड मालूम करो।

$15 = 3 \times \underline{5}$

$25 = 5 \times \underline{5}$

समान गुणनखण्ड को रेखांकित कर दो।

समान गुणनखण्ड = 5

असमान गुणनखण्ड को चुन लो।

असमान गुणनखण्ड = 3, 5

समान और असमान सभी गुणनखण्ड का गुणनफल मालूम करो। यह गुणनफल ही उन संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य होगा।

लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) = 5 × 3 × 5
= 3 × 5 × 5
= 75

उदाहरण (2) : 60, 96 और 108 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करो।

हल : पहले 60, 96 और 108 के गुणनखण्ड मालूम करो।

समान गुणनखण्ड को रेखांकित करो।

60 = 2 × 2 × 3 × 5
96 = 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 3
108 = 2 × 2 × 3 × 3 × 3

समान गुणनखण्ड = 2, 2, 3
असमान गुणनखण्ड = 5, 2, 2, 2, 3, 3
लघुत्तम समापवर्त्य = 2 × 2 × 3 × 5 × 2 × 2 × 2 × 3 × 3
= 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3 × 5
= 4320

उदाहरण (3) : अकरम के पास चार अलार्म घड़ियाँ हैं। उनमें से पहली 10 मिनट के अन्तराल से, दूसरी 15 मिनट के अन्तराल से, तीसरी 20 मिनट के अन्तराल से और चौथी घड़ी 25 मिनट के अन्तराल से बजती है। अगर चारों घड़ियाँ सुबह 6 बजे एक साथ बजना शुरू हुई हों तो फिर अगली बार चारों घड़ियों के एक साथ बजने का समय क्या होगा?

हल : पहले लघुत्तम समापवर्त्तक (LCM) निकाला जाएगा।

2	10, 15, 20, 25
5	5, 15, 10, 5
	1, 3, 2, 5

= 2 × 5 × 3 × 2 × 5 = 300 मिनट

मिनट को घंटे में बदलने पर 300 ÷ 60 = 5 घंटे

इसलिए चारों घंटियाँ 5 घंटे बाद एक साथ बजेंगी। अर्थात् 6 + 5 = 11 बजे

अभ्यास : 8.3

1. गुणनखण्ड द्वारा लघुत्तम समापवर्त्य मालूम कीजिए :

(i) 48,120 (ii) 72,60 (iii) 100,175 (iv) 125,175,225

(v) 84,120,480 (vi) 315,135 (vii) 512,128

2. वह छोटी-से-छोटी संख्या मालूम करो जिसे 25, 55, 75 और 110 से भाग देने पर हर हालत में 3 बचे।

3. दिल्ली से चण्डीगढ़ के लिए 10 मिनट के अन्तराल से, जयपुर के लिए 15 मिनट के अन्तराल से और आगरा के लिए 20 मिनट के अन्तराल से बसें चलती हैं। अगर तीनों जगहों के लिए 9 बजे एक साथ बसें चलनी शुरू हों तो फिर अगली बार तीनों बसों के एक साथ चलने का समय क्या होगा। (संकेत : इसमें पहले समयान्तराल का लघुत्तम समापवर्त्त निकालेंगे और लघुत्तम को मिनट में बदलकर 9 बजे में जोड़ देंगे)

4. चार अंकों की बड़ी-से-बड़ी संख्या मालूम करो, जो 35, 49, और 63 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाए।

भाग की विधि से लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करना

उदाहरण (1) : 20, 36 और 12 का लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करो।

2	20, 36, 12
2	10, 18, 6
3	5, 9, 3
3	5, 3, 1
5	5, 1, 1
	1, 1, 1

इसलिए लघुत्तम समापवर्त्य = $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$

उदाहरण (2) : 15, 35 और 105 का लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करो।

3	15, 35, 105
5	5, 35, 35
7	1, 7, 7
	1, 1, 1

इसलिए लघुत्तम समापवर्त्य = $3 \times 5 \times 7 = 105$

अभ्यास : 8.4

1. भाग की विधि द्वारा लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करो :

(i) 4, 28, 40 (ii) 15, 100, 225 (iii) 12, 84, 120,

(iv) 36, 98, 100 (v) 45, 75, 105, 135

अपवर्त्य द्वारा लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करना

उदाहरण (1) : 12 और 15 के लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करो।

हल : 12 के अपवर्त्य = 12, 24, 36, 48, <u>60</u>, 72, 84, 96, 108, 120 ....

15 के अपवर्त्य = 15, 30, 45, <u>60</u>, 75, 90, 105, 120..................

12 और 15 के समापवर्त्य = 60, 120, 180, ...

इन समापवर्त्यों में छोटे-से-छोटा अपवर्त्य 60 है।

छोटे-से-छोटे समापवर्त्य को लघुत्तम समापवर्त्य कहते हैं।

इसलिए लघुत्तम समापवर्त्य = 60

उदाहरण (2) : 2, 3 और 4 के लघुत्तम समापवर्त्य मालूम करो।

हल : 2 के अपवर्त्य = 2, 4, 6, 8, 10, <u>12</u>, 14, 16, 18, 20, 22, <u>24</u>, 26, 28 .....

3 के अपवर्त्य = 3, 6, 9, <u>12</u>, 15, 18, 21, <u>24</u>, 27 ....

4 के अपवर्त्य = 4, 8, <u>12</u>, 16, 20, <u>24</u>, 28, 32 ....

2, 3 और 4 के समापवर्त्य = 12, 24 ....

इसलिए लघुत्तम समापवर्त्य = 12

अभ्यास : 8.5

1. लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करो :

(i) 3, 12 (ii) 5, 20 (iii) 6, 12

(iv) 10, 15 (v) 4, 6, 10 (vi) 5, 10, 15

2. वह छोटी-से-छोटी संख्या मालूम करो जिसमें अगर 5 जोड़ा जाए तो वह 24, 36 और 64 से विभाजित हो जाए।

3. मेरे पास कुछ गोलियाँ थीं। मैंने उनसे 9-9, 12-12 और 20-20 की ढेरियाँ बनाईं हर हालत में 7 गोलियाँ बच जाती थीं। बताओ मेरे पास कम-से-कम कितनी गोलियाँ थीं ?

4. चार अंकों की वह बड़ी-से-बड़ी संख्या ज्ञात करो जो 25, 35 और 45 से पूरी तरह विभाजित हो जाए।

5. वह छोटी-से-छोटी संख्या ज्ञात करो जिसे 16, 28, 40 और 77 में भाग देने पर प्रत्येक स्थिति में शेष 8 बचता है।

1, 5 और 6 ऐसे अंक हैं कि अगर उनको उसी अंक से गुणा किया जाए तो इकाई के स्थान पर क्रमशः 1, 5 और 6 ही प्राप्त होते हैं। जैसे :

$$1 \times 1 = \underline{1}$$

$$5 \times 5 = \underline{25}$$

$$6 \times 6 = \underline{36}$$

अध्याय : 9

भिन्नात्मक संख्याओं का जोड़ और घटाव

(Addition and Subtraction of Fractions)

पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्याओं का जोड़

चौथी कक्षा में तुम असमान भिन्नों को जोड़ना सीख चुके हो।

आओ, पहले उसको दोहराएँ।

नीचे दी गई भिन्नात्मक संख्याओं को जोड़ो :

(i) $\frac{4}{7}+\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}$ (iii) $3+\frac{2}{7}$

इन तीन प्रश्नों में से पहले और दूसरे प्रश्नों के भिन्नों को तुम जोड़ना जानते हो। मगर तीसरे ाश्न को किस तरह हल करोगे? क्योंकि उसमें एक पूर्ण संख्या है और दूसरी भिन्नात्मक संख्या है। इसे ाल करने के लिए पहले पूर्ण संख्या 3 को भिन्नात्मक संख्या के रूप में $\frac{3}{1}$ में बदलना होगा।

इस प्रश्न को हल करने की दो विधियाँ हैं–

ाहली विधि–

$$\frac{3}{1}+\frac{2}{7}$$

$$=\frac{3\ \ 7}{1\ \ 7}+\frac{2\ \ 1}{7\ \ 1}$$

$$=\frac{21}{7}+\frac{2}{7}$$

$$=\frac{21+2}{7}$$

$$=\frac{23}{7}$$

$$=3\frac{2}{7}$$

- सम हर बनाने की विधि का प्रयोग करके यह प्रश्न हल किया गया है।

दूसरी विधि–

$$3+\frac{2}{7}$$

$$=\frac{7\times3+2}{7}$$

$$=\frac{21+2}{7}$$

$$=\frac{23}{7}$$

$$=3\frac{2}{7}$$

- मिश्रित भिन्न को हल करनेवाली विधि का प्रयोग करके यह प्रश्न हल किया गया है।

अभ्यास : 9.1

1. जोड़ो :

(i) $2 + \frac{5}{7}$ (ii) $5 + \frac{3}{4}$ (iii) $9 + \frac{3}{5}$

(iv) $9 + \frac{5}{6}$ (v) $12 + \frac{4}{7}$ (vi) $15 + \frac{4}{5}$

(vii) $20 + \frac{5}{8}$ (viii) $2 + \frac{4}{11}$ (ix) $3 + \frac{1}{10}$

(x) $5 + \frac{7}{15}$

असमान हर को घटाना

जिस तरह एक पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या को जोड़ते समय पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या के रूप में लिखा जाता है इसी तरह घटाव करते समय भी पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या के रूप में लिखकर घटाते हैं।

जैसे :

$$2 - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{2}{1} - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{2 \times 5}{1 \times 5} - \frac{3 \times 1}{5 \times 1}$$

$$= \frac{10}{5} - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{10-3}{5}$$

$$= \frac{7}{5}$$

अभ्यास : 9.2

1. अन्तर ज्ञात करो :

(i) $5 - \frac{3}{8}$ (ii) $7 - \frac{2}{5}$ (iii) $10 - \frac{3}{7}$

(iv) $7 - \frac{9}{10}$ (v) $11 - \frac{5}{7}$ (vi) $9 - \frac{5}{6}$

(vii) $12 - \frac{4}{7}$ (viii) $15 - \frac{3}{8}$ (ix) $18 - \frac{3}{4}$

(x) $19 - \frac{5}{8}$

मिश्रित भिन्नों का जोड़ और घटाव

उदाहरण (1) : $3\frac{1}{7}$ और $5\frac{2}{7}$ को जोड़ो।

हल तथा स्पष्टीकरण :

$$3\frac{1}{7} + 5\frac{2}{7}$$

(i) मिश्रित भिन्न को पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या के जोड़ के रूप में लिखा गया है। $= 3 + \frac{1}{7} + 5 + \frac{2}{7}$

(ii) पूर्ण संख्या को एक साथ लिखा गया है और भिन्नात्मक संख्या को एक साथ। $= [3 + 5]\left[\frac{1}{7} + \frac{2}{7}\right]$

(iii) पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या को अलग-अलग जोड़ा गया है। $= 8 + \left[\frac{3}{7}\right]$

(iv) भिन्न को मिश्रित रूप में लिखा गया। योगफल $8\frac{3}{7}$ हुआ। $= 8\frac{3}{7}$

उदाहरण (2) : $5\frac{1}{3}$ और $3\frac{1}{3}$ को जोड़ो।

$$5\frac{1}{3} + 5\frac{1}{3}$$

हल तथा स्पष्टीकरण :

$$= 5 + \frac{1}{3} + 3 + \frac{1}{2}$$

☆ मिश्रित भिन्न को पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या के रूप में लिखा गया है। $= [5 + 3]\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right]$

☆ पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या को दो भिन्न-भिन्न वर्ग में लिखा गया। $= 8 + \left[\frac{1}{3}\,\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\,\frac{3}{3}\right]$

☆ पूर्ण संख्या को जोड़ा गया और भिन्नात्मक संख्या को सम हर बनाया गया। $= 8 + \left[\frac{2}{6} + \frac{3}{6}\right]$

☆ भिन्नात्मक संख्या को जोड़ा गया। $= 8 + \left[\frac{2+3}{6}\right]$

☆ मिश्रित संख्या को भिन्न के रूप में लिखा गया। $= 8 + \frac{5}{6}$

$$= 8\frac{5}{6}$$

उदाहरण (3) : $3\frac{4}{5}$ में से $2\frac{2}{5}$ को घटाओ।

हल तथा स्पष्टीकरण :

$$3\frac{4}{5} - 2\frac{2}{5}$$

☆ मिश्रित भिन्न को पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या के जोड़ के रूप में लिखा गया।

$$= \left[3 + \frac{4}{5}\right] - \left[2 + \frac{2}{5}\right]$$

☆ पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या को अलग-अलग वर्ग में लिखा गया।

$$= [3-2] + \left[\frac{4}{5} - \frac{2}{5}\right]$$

☆ पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या को मिश्रित भिन्न के रूप में लिखा गया।

$$= 1 + \frac{2}{5}$$

☆ संख्या की मिश्रित भिन्न के रूप में लिखा गया

$$= 1\frac{2}{5}$$

उदाहरण (4) : $4\frac{2}{5}$ में से $1\frac{1}{3}$ को घटाओ।

हल तथा स्पष्टीकरण :

$$4\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}$$

☆ मिश्रित भिन्न को पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या के जोड़ के रूप में लिखा गया।

$$= \left[4 + \frac{2}{5}\right] - \left[1 + \frac{1}{3}\right]$$

☆ पूर्ण संख्या को एक साथ और भिन्नात्मक संख्या को एक साथ लिखा गया।

$$= [4-1] + \left[\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right]$$

☆ पूर्ण संख्या को घटाया गया और भिन्नात्मक संख्या को सम हर बनाया गया।

$$= 3 + \left[\frac{2}{5}\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\frac{5}{5}\right]$$

$$= 3 + \left[\frac{6}{15} - \frac{5}{15}\right]$$

☆ भिन्नात्मक संख्या को घटाया गया

$$= \left[3 + \frac{1}{15}\right]$$

☆ भिन्न को मिश्रित भिन्न के रूप में लिखा गया।

$$= 3\frac{1}{15}$$

अभ्यास : 9.3

1. जोड़ो :

(i) $2\frac{3}{5} + 3\frac{2}{5}$ (ii) $3\frac{4}{7} + 5\frac{3}{7}$ (iii) $7\frac{8}{9} + 8\frac{7}{9}$

(iv) $12\frac{3}{5} + 7\frac{2}{5}$ (v) $3\frac{5}{7} + 7\frac{3}{5}$ (vi) $13\frac{2}{4} + 11\frac{2}{3}$

(vii) $2\frac{6}{11} + 3\frac{5}{7}$ (viii) $\frac{4}{7} + 5\frac{3}{8}$ (ix) $15\frac{17}{20} + 19\frac{10}{25}$

(x) $18\frac{7}{18} + 6\frac{10}{24}$

2. घटाओ :

(i) $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$ (ii) $7\frac{5}{8} - 4\frac{3}{8}$ (iii) $10\frac{7}{9} - 5\frac{5}{9}$

(iv) $13\frac{1}{3} - 5\frac{2}{3}$ (v) $5\frac{2}{5} - 4\frac{1}{3}$ (vi) $7\frac{3}{8} - 5\frac{2}{7}$

(vii) $15\frac{4}{9} - 10\frac{3}{7}$ (viii) $18\frac{3}{4} - 10$ (ix) $19\frac{9}{10} - 9\frac{8}{15}$

(x) $21\frac{17}{18} - 11$

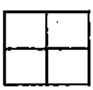
भिन्नों का गुणा और भाग

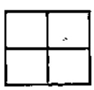
(Multiplication and Division of Fractions)

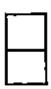
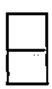
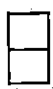
भिन्न और मिश्रित संख्या का गुणा

इससे पहले तुम भिन्नात्मक संख्याओं का जोड़ और घटाव सीख चुके हो। अब भिन्नात्मक संख्याओं का गुणा और भाग सीखोगे।

नीचे की आकृतियों को ध्यान से देखो।



अगर आकृति  1 को प्रकट करती है, तो  $\frac{1}{2}$ को ज़ाहिर करती है।

अर्थात् आकृति  +  +  $\frac{1}{2} \times 3$ को ज़ाहिर करती है।

अर्थात् 3 गुणा $\frac{1}{2}$

हम जानते हैं कि

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{2}$$

$$= \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

निम्नलिखित उदाहरण पर ध्यान दो :

उदाहरण (1) : $\frac{3}{5}$ को 4 से गुणा करो।

हल : $\frac{3}{5} \times 4 = \frac{3 \times 4}{5}$

$\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$

उदाहरण 1: $\frac{3}{4}$ को 5 से गुणा करो।

हल : $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4}$

$= \frac{15}{4}$ या $3\frac{3}{4}$

अभ्यास : 10.1

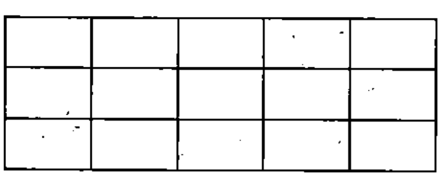
1. गुणा करो :

(i) $\frac{5}{6} \times 3$ (ii) $\frac{7}{4} \times 5$ (iii) $\frac{8}{3} \times 2$ (iv) $\frac{9}{5} \times 4$

(v) $\frac{7}{9} \times 10$ (vi) $21 \times \frac{5}{32}$ (vii) $4 \times \frac{2}{21}$ (viii) $9 \times \frac{3}{10}$

(ix) $15 \times \frac{7}{8}$ (x) $19 \times \frac{4}{5}$

भिन्नात्मक संख्या को भिन्नात्मक संख्या से गुणा करना

यदि आकृति  1 को दर्शाती हो तो

आकृति  $\frac{1}{5}$ को दर्शाती है।

और  $\frac{1}{5}$ का $\frac{1}{3}$ अर्थात् $\frac{1}{15}$ को दर्शाती है।

($\frac{1}{5}$ का $\frac{1}{3}$) को हम $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$ लिखते हैं।

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{5 \times 3} = \frac{1}{15}$$

उदाहरण 1 : $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{6}$

हल : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1 \times 1}{2 \times 6} = \frac{1}{12}$

उदाहरण 2 : $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{9}$

हल : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1 \times 1}{2 \times 9} = \frac{1}{18}$

अभ्यास : 10.2

1. गुणनफल ज्ञात करो :

(i) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{8}$ (ii) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$ (iii) $\frac{1}{9} \times \frac{1}{6}$ (iv) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{20}$

(v) $\frac{1}{12} \times \frac{1}{5}$ (vi) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{7}$ (vii) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ (viii) $\frac{1}{10} \times \frac{3}{25}$

(ix) $\frac{7}{11} \times \frac{13}{17}$ (x) $\frac{8}{19} \times \frac{9}{11}$

भिन्नात्मक संख्याओं के गुणा की विशेषताएँ :

(i) पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या में बदल दिया जाता है।

(ii) भिन्नों के अंशों को गुणा किया जाता है।

(iii) भिन्नों के हरों को गुणा किया जाता है।

(iv) अगर संभव हो तो संख्याओं के गुणनफल को छोटा किया जाता है।

(v) एक पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या का गुणनफल भी एक भिन्नात्मक संख्या होती है।

भिन्नात्मक संख्या को भिन्नात्मक संख्या से गुणा करने की विशेषताएँ :

(i) दिए गए भिन्नों के अंशों को गुणा किया जाता है।

(ii) दिए गए भिन्नों के हरों को गुणा किया जाता है।

(iii) संभव हो तो भिन्न को संक्षिप्त करते हैं।

(iv) दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल भी एक भिन्नात्मक संख्या होती है।

भिन्नात्मक संख्याओं का गुणात्मक प्रतिलोम

नीचे लिखे गुणा के उदाहरणों पर ध्यान दो :

(i) $\frac{1}{5} \times 5 = 1$ (i) $\frac{1}{3} \times 3 = 1$

(iii) $\frac{1}{9} \times 9 = 1$ (iv) $\frac{1}{13} \times 13 = 1$

देखो, इन उदाहरणों में से प्रत्येक उदाहरण के ऐसे दो खण्ड हैं, जिनमें से एक भिन्नात्मक संख्या और दूसरी पूर्ण संख्या है , और इन दोनों का गुणनफल प्रत्येक उदाहरण में 1 है।

यदि एक भिन्नात्मक संख्या और एक पूर्ण संख्या का गुणनफल '1' हो तो हम एक संख्या को दूसरी संख्या का गुणात्मक व्युत्क्रम कहते हैं। अथवा ऐसी दो भिन्नें जिनका गुणनफल 1 हो, एक-दूसरे की प्रतिलोमी भिन्नें कहलाती हैं।

$\frac{1}{2}$, 2 का गुणात्मक व्युत्क्रम है और 2, $\frac{1}{2}$ का गुणात्मक व्युत्क्रम है।

क्योंकि : $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

$\frac{1}{5}$, 5 का गुणात्मक व्युत्क्रम है और 5, $\frac{1}{5}$ का गुणात्मक व्युत्क्रम है।

क्योंकि : $\frac{1}{5} \times 5 = 1$

अब नीचे लिखे गुणा के उदाहरणों पर ध्यान दो :

(i) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$ (ii) $\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = 1$

(iii) $\frac{5}{9} \times \frac{9}{5} = 1$ (iv) $\frac{7}{13} \times \frac{13}{7} = 1$

ध्यान से देखो कि प्रत्येक उदाहरण में गुणनफल 1 है।

अगर दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल 1 हो तो हम कहते हैं कि एक भिन्नात्मक संख्या दूसरी भिन्नात्मक संख्या का गुणात्मक व्युत्क्रम है।

जैसे $\frac{7}{5}$, $\frac{5}{7}$ का गुणात्मक व्युत्क्रम है और $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{5}$ का गुणात्मक व्युत्क्रम है।

$\frac{7}{5} \times \frac{5}{7} = 1$

$\frac{3}{4}$, $\frac{4}{3}$ का गुणात्मक व्युत्क्रम है और $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{4}$ का गुणात्मक व्युत्क्रम है।

$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$

याद रखो कि यदि किसी भिन्नात्मक संख्या का गुणात्मक व्युत्क्रम मालूम करना हो तो हम उस भिन्नात्मक संख्या के अंश और हर को परस्पर बदल देते हैं।

जैसे : $1 \times 1 = 1$ व्युत्क्रम

अर्थात् 1 का गुणात्मक 1 है। 1 ही ऐसी एकमात्र संख्या है जिसका गुणात्मक व्युत्क्रम भी वही संख्या है।

1 का गुणात्मक व्युत्क्रम 1 होता है।

शून्य और किसी भी संख्या का गुणनफल शून्य होता है, इसलिए शून्य का गुणात्मक व्युत्क्रम नहीं होता।

शून्य का गुणात्मक व्युत्क्रम नहीं होता है।

यौगिक संख्याओं का व्युत्क्रम

उदाहरण (1) : $5\frac{1}{3}$

$$5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$$

चूँकि $\frac{16}{3} \times \frac{3}{16} = 1$ इसलिए $\frac{3}{16}$, $5\frac{1}{3}$ का गुणात्मक व्युत्क्रम है।

उदाहरण (2) : $13\frac{1}{2}$

$$13\frac{1}{2} = \frac{27}{2}$$

चूँकि $\frac{27}{2} \times \frac{2}{27} = 1$ इसलिए $\frac{2}{27}$, $13\frac{1}{2}$ का गुणात्मक व्युत्क्रम है।

याद रखो : किसी भी यौगिक संख्या का गुणात्मक व्युत्क्रम ज्ञात करने के लिए हम पहले यौगिक संख्या को विषम भिन्न में बदल देते हैं। फिर इस विषम भिन्न के अंश और हर को परस्पर बदल देते हैं।

अभ्यास : 10.3

1. गुणनफल मालूम करो और बताओ कि क्या पहली संख्या दूसरी संख्या का गुणात्मक व्युत्क्रम है ?

(i) $19 \times \frac{1}{19}$ (ii) $13 \times \frac{13}{1}$ (iii) $17 \times \frac{1}{17}$

(iv) $20 \times \frac{1}{20}$ (v) $4\frac{1}{2} \times \frac{2}{9}$ (vi) $\frac{5}{7} \times \frac{7}{5}$

(vii) $\frac{23}{2} \times \frac{1}{20}$ (viii) $\frac{7}{6} \times 1\frac{1}{6}$ (ix) $5\frac{1}{4} \times \frac{4}{21}$

(x) $\frac{2}{17} \times \frac{17}{2}$

2. रिक्त स्थानों को उपयुक्त संख्या से भरो :

(i) $\frac{5}{9} \times$ .... = 1 (ii) $3\frac{1}{3} \times$ .... = 1

(iii) $\frac{7}{15} \times$ .... = 1 (iv) .... $\times 5\frac{1}{3} =$ 1

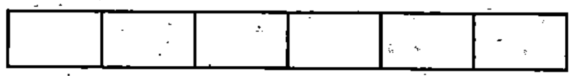
(v) $\frac{25}{7} \times$ .... = 1 (vi) $\frac{23}{5} \times \frac{5}{23} =$ ....

(vii) 3 × .... = 1 (viii) .... $\times \frac{1}{7} = 1$

(ix) .... × 9 = 1 (x) .... $\times 4\frac{1}{9} = 1$

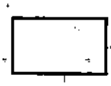
भिन्नात्मक संख्या का पूर्ण संख्या से भाग

नीचे की आकृतियों पर ध्यान दो :

यदि आकृति  1 को दर्शाती हो

तो आकृति  $\frac{2}{6}$ या $\frac{1}{3}$ को दर्शाती है।

$1 \div 3$ या 1 का $\frac{1}{3}$

और आकृति  $\frac{1}{6}$ को दर्शाती है।

या $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{2}$

अर्थात् $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

याद रखो : भाग को गुणा में बदलने पर अंश और हर परस्पर बदल जाते हैं।

अब निम्नांकित आकृत्तियों पर ध्यान दो :

यदि आकृति  1 को प्रकट करती हो

तो आकृति  $\frac{2}{4}$ या $\frac{1}{2}$ को दर्शाती है। अर्थात 1 का $\frac{1}{2}$

और आकृति  $\frac{1}{2} \div 2$ को दर्शाती है। या $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{2}$

अर्थात् $$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

आओ, अब निम्नलिखित उदाहरणों पर ध्यान दो :

उदाहरण (1) : $\frac{2}{7}$ को 5 से भाग दो।

हल: $$\frac{2}{7} \div 5 = \frac{2}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{2 \times 1}{7 \times 5} = \frac{2}{35}$$

उदाहरण (2) : $\frac{6}{13}$ को 3 से भाग दो।

हल: $$\frac{6}{13} \div 3 = \frac{6}{13} \times \frac{1}{3} = \frac{6 \times 1}{13 \times 3} = \frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{39}_{13}} = \frac{2}{13}$$

उदाहरण (3) : $5\frac{1}{3}$ को 4 से भाग दो।

हल: $$5\frac{1}{3} \div 4 = \frac{16}{3} \div 4 = \frac{16}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{4}{3}$$

उदाहरण (4) : रूबीना के पास $8\frac{1}{2}$ मीटर लम्बी रिबन है। वह उसको दो बराबर टुकड़ों में काटती है। रिबन के प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई कितनी होगी ?

हल : रिबन की लम्बाई = $8\frac{1}{2}$ मीटर

रिबन के टुकड़ों की संख्या = 2

रिबन के प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई $= 8\frac{1}{2} \div 2$

$$= \frac{17}{2} \div 2$$

$$= \frac{17}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{17 \times 1}{2 \times 2}$$

$$= \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

अर्थात् रिबन के प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई $\frac{17}{4}$ मीटर या $4\frac{1}{4}$ मीटर होगी।

अभ्यास : 10.4

1. **भाग दो :**

(i) $\frac{4}{7} \div 2$

(ii) $\frac{7}{13} \div 3$

(iii) $5\frac{1}{2} \div 3$

(iv) $\frac{8}{15} \div 7$

(v) $12\frac{1}{3} \div 5$

पूर्णा संख्या का भिन्नात्मक संख्या से भाग

नीचे दिए गए उदाहरणों पर ध्यान दो :

उदाहरण (1) : आलिया ने एक रिबन को कुछ बराबर टुकड़ों में काटा। हर टुकड़ा रिबन का $\frac{1}{3}$ भाग है। बताओ उसने रिबन के कितने टुकड़े किए ?

हल : पूर्ण रिबन 1 है।

रिबन का प्रत्येक टुकड़ा उस पूर्ण रिबन का एक तिहाई $\frac{1}{3}$ भाग है।

इसलिए टुकड़ों की संख्या मालूम करने के लिए हम 1 को $\frac{1}{3}$ से भाग देंगे।

टुकड़े $= 1 \div \frac{1}{3} = 1 \times \frac{3}{1} = \frac{1 \times 3}{1} = \frac{3}{1}$

रिबन के टुकड़ों की संख्या $= 3$

उदाहरण (2) : 12 केले कितने बच्चों में बांटे जा सकते हैं, अगर प्रत्येक केले के 2 बराबर भाग किए जाएँ ? और बच्चे को आधा $\frac{1}{2}$ केला दिया जाए ?

हल : 12 को $\frac{1}{2}$ से भाग देकर हम इस प्रश्न को हल कर सकते हैं।

$$\text{बच्चों की संख्या} = 12 \div \frac{1}{2} = 12 \times \frac{2}{1}$$

$$= \frac{12 \times 2}{1} = 24$$

12 केले 24 बच्चों में बाँटे जा सकते हैं।

उदाहरण (3) : 18 को $\frac{3}{4}$ से भाग दो।

हल :

$$18 \div \frac{3}{4} = 18 \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{72}{3} = 24$$

इस उदाहरण को हम नीचे लिखी विधि से भी हल कर सकते हैं :

$$18 \div \frac{3}{4} = 18 \times \frac{4}{3}$$

$$\frac{18}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{\overset{6}{\cancel{18}} \times 4}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 24$$

दाहरण (4) : 21 को $5\frac{1}{4}$ से भाग दो ।

ल : $21 \div 5\frac{1}{4} = 21 \div \frac{21}{4}$

$= 21 \times \frac{4}{21}$

$= \frac{\overset{1}{\cancel{21}}}{1} \times \frac{4}{\cancel{21}_1} = \frac{4}{1} = 4$

इन उदाहरणों से मालूम हुआ कि एक पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या से भाग देने के लिए म पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या के गुणात्मक व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।

अभ्यास : 10.5

. भाग दो।

(i) $15 \div 2\frac{1}{2}$ (ii) $12 \div \frac{3}{4}$ (iii) $24 \div \frac{12}{5}$

(iv) $39 \div 6\frac{1}{2}$ (v) $30 \div \frac{1}{3}$ (vi) $60 \div \frac{15}{4}$

(vii) $5 \div \frac{5}{2}$ (viii) $48 \div \frac{12}{7}$ (ix) $63 \div \frac{7}{9}$

(x) $81 \div \frac{27}{29}$

भिन्नात्मक संख्या का भिन्नात्मक संख्या से भाग

निम्नलिखित उदाहरणों पर विचार करो :

उदाहरण (1) : $\frac{7}{5}$ को $\frac{2}{5}$ से भाग दो।

हल : $= \frac{7}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{7}{5} \times \frac{5}{2}$

$$= \frac{7}{\cancel{5}_1} \times \frac{\cancel{5}^1}{2}$$

$$= \frac{7}{2}$$

उदाहरण (2) : $8\frac{1}{4}$ को $\frac{3}{4}$ से भाग दो।

हल : $8\frac{1}{4} \div \frac{3}{4} = \frac{33}{4} \div \frac{3}{4}$

$$= \frac{33}{4} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{\overset{11}{\cancel{33}}}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{3}}$$

$$= \frac{11}{1} = 11$$

उदाहरण (3) : $\frac{4}{5}$ को $\frac{6}{7}$ से भाग दो।

हल : $\frac{4}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{6}$

$$= \frac{4 \times 7}{5 \times 6} = \frac{\overset{14}{28}}{\underset{15}{30}} = \frac{14}{15}$$

इन उदाहरणों से मालूम हुआ कि एक भिन्न को दूसरे भिन्न से भाग देने पर हम भिन्न को दूसरे भिन्न के गुणात्मक व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।

अभ्यास : 10.6

भाग दो :

(i) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{3}{8} \div \frac{3}{5}$ (iii) $6\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2}$

(iv) $8\frac{1}{2} \div \frac{7}{4}$ (v) $4\frac{3}{5} \div 3\frac{4}{5}$ (vi) $18\frac{3}{8} \div 3\frac{3}{4}$

(vii) $10\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{2}$ (viii) $\frac{5}{9} \div \frac{4}{3}$ (ix) $\frac{12}{25} \div \frac{6}{25}$

(x) $\frac{13}{27} \div \frac{39}{54}$

भिन्नात्मक संख्या के भाग की विशेषताएँ

निम्नलिखित उदाहरणों पर ध्यान दो :

(1) $\frac{5}{3} \div 1 = \frac{5}{3} \times 1 = \frac{5}{3}$

(2) $3\frac{1}{2} \div 1 = \frac{7}{2} \times 1 = \frac{7}{2}$ अर्थात् $3\frac{1}{2}$

(3) $9\frac{5}{4} \div 1 = \frac{41}{4} \times 1 = \frac{41}{4}$ अर्थात् $9\frac{5}{4}$

ऊपर के उदाहरणों से मालूम हुआ कि अगर किसी भिन्नात्मक संख्या को 1 से भाग दिया जाता है तो भागफल वही भिन्नात्मक संख्या प्राप्त होती है।

अब निम्नलिखित उदाहरणों को देखो :

(1) $0 \div \frac{1}{3} = 0 \times \frac{3}{1} = 0$

(2) $0 \div 2\frac{1}{2} = 0 \times \frac{2}{5} = 0$

(3) $0 \div 4\frac{1}{3} = 0 \times \frac{3}{13} = 0$

इन उदाहरणों से यह मालूम हुआ कि जब शून्य को किसी भिन्नात्मक संख्या से भाग दिया जाता है तो भागफल हमेशा शून्य भिन्न प्राप्त होता है।

अब निम्नलिखित उदाहरणों पर ध्यान दो :

(1) $\frac{5}{3} \div \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{15}{15} = 1$

(2) $3\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \div \frac{7}{2} = \frac{7}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{14}{14} = 1$

(3) $5\frac{1}{2} \div 5\frac{1}{2} = \frac{11}{2} \div \frac{11}{2} = \frac{11}{2} \times \frac{2}{11} = \frac{22}{22} = 1$

मालूम हुआ कि एक शून्य रहित भिन्नात्मक संख्या को उसी संख्या से भाग दिया जाता है। तो भागफल 1 आता है।

अभ्यास : 10.7

1. रिक्त स्थानों को उपयुक्त संख्या से भरो :

(i) $\frac{3}{5} \div 1 =$ ....

(ii) $\frac{5}{2} \div \frac{5}{2} =$ ....

(iii) $2\frac{1}{3} \div 2\frac{1}{3} =$ ....

(iv) $\frac{3}{2} \div 1 =$ ....

(v) $6\frac{1}{9} \div$ .... $= 1$

(vi) $0 \div 5\frac{1}{3} =$ ....

(vii) .... $\div \frac{5}{3} = 0$

(viii) $\frac{5}{3} \div$ .... $= 1$

अध्याय : 11

दशमलव भिन्नों का जोड़ और घटाव

(Addition and Subtraction of Decimal Fractions)

पिछली कक्षा में तुम किसी भी दशमलव भिन्न के अंक का स्थानीय मान (Place-value) मालूम करना सीख चुके हो। आओ, निम्नलिखित उदाहरणों पर ध्यान दो :

उदाहरण (1) : 2.3 के प्रत्येक अंक का स्थानीय मान क्या होगा ?

हल : 2.3 में 2 का स्थानीय मान 2 इकाई है और 3 का स्थानीय मान $\frac{3}{10}$ या 3 दसवाँ है।

इसे नीचे बताई गई विधि से प्रकट कर सकते हैं, जिसको विस्तार-विधि कहते हैं।

2.3 = 2 इकाई + 3 दसवाँ

$= 2 + \frac{3}{10}$

उदाहरण (2) : 45.67 को विस्तारित रूप में लिखो।

हल : 45.67 = 4 दहाइयाँ + 5 इकाइयाँ + 6 दसवाँ + 7 सौवाँ

$= 40 + 5 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100}$

उदाहरण (3) : 351.508 को विस्तारित रूप में लिखो।

हल : 351.508 = 3 सैकड़े + 5 दहाइयाँ + 1 इकाई + 5 दसवाँ + शून्य सौवाँ + आठ हज़ारवाँ

$= 300 + 50 + 1 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100} + \frac{8}{1000}$

अभ्यास : 11.1

1. निम्नलिखित संख्याओं को विस्तारित रूप में लिखो :

(i) 0.8 (ii) 13.6 (iii) 49.873

(iv) 354.97 (v) 101.097 (vi) 548.957

दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना

अब तुम विस्तारित रूप का प्रयोग करते हुए दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना सीखोगे।

उदाहरण (1) : $0.5 = 0 + \frac{5}{10}$

$$= \frac{5}{10}$$

उदाहरण (2) : $0.35 = 0 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$

लघुत्तम समापर्वतक निकालने के बाद हर और अंश को क्रमशः भाग और गुणा करने पर

$$= \frac{3 \times 10}{10 \times 10} + \frac{5}{100}$$

$$= \frac{30}{100} + \frac{5}{100}$$

$$= \frac{30 + 5}{100}$$

$$= \frac{35}{100}$$

उदाहरण (3) : $4.73 = 4 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100}$

लघुत्तम समापर्वतक निकालने के बाद हर और अंश को क्रमशः भाग और गुणा करने पर

$$= 4 + \frac{7 \times 10}{10 \times 10}$$

$$= 4 + \frac{70}{100} + \frac{3}{100}$$

$$= 4 + \frac{70 + 3}{100}$$

$$= \frac{400 + 70 + 3}{100}$$

$$= \frac{473}{100}$$

ाहरण (4) : $58.974 = 50 + 8 + \frac{9}{10} + \frac{7}{100} + \frac{4}{1000}$

$$= \frac{50000 + 8000 + 900 + 70 + 4}{1000}$$

$$= \frac{5894}{1000}$$

तुमने देखा कि :

) ऊपर के उदाहरणों में जो अंक हैं, वही अंक साधारण भिन्न के अंश हैं।

i) दशमलव की दाहिनी ओर जितने अंक होते हैं, 1 के बाद दाहिनी ओर उतने ही शून्य रखकर के रूप में लिखा जाता है।

भिन्न को संक्षिप्त रूप में लिखना :

ाहरण (1) : 0.25 को साधारण भिन्न में बदलो ।

$$0.25 = \frac{25}{100}$$

$$= \frac{\cancel{25}^{1}}{\cancel{100}_{4}}$$

$$= \frac{1}{4}$$

ाहरण (2) : 3.75 को साधारण भिन्न में बदलो।

$$3.75 = \frac{375}{100}$$

$$= \frac{\cancel{\cancel{375}}^{\cancel{75}\ 15}}{\cancel{\cancel{100}}_{\cancel{20}\ 4}}$$

$$= \frac{15}{4} \text{ या } 3\frac{3}{4}$$

तुमने देखा कि अगर संभव हो तो भिन्न को संक्षिप्त भी किया जाता है अर्थात् भिन्न को संक्षिप्त । में बदल दिया जाता है।

अभ्यास : 11.2

1. निम्नलिखित प्रत्येक दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलो और यदि संभव तो भिन्न को संक्षिप्त रूप में लिखो :

(i) 0.7 (ii) 0.09 (iii) 6.85 (iv) 42.98

(v) 10.1000 (vi) 985.55 (vii) 287.13 (viii) 657.955

समान और असमान दशमलव भिन्न

ऐसे दशमलव भिन्न जिनमें दशमलव की दाहिनी ओर के अंकों की संख्या समान हो तो उ समान दशमलव भिन्न कहा जाता है। यदि दशमलव के दाहिनी ओर के अंकों की संख्या असमान तो उन्हें असमान दशमलव भिन्न कहा जाता है।

उदाहरणार्थ : 0.32, 2.67, 3.05, 12.09

और 339.09 समान दशमलव भिन्न हैं।

और 0.3, 1.25 और 8.456 असमान दशमलव भिन्न हैं।

अभ्यास : 11.3

1. निम्नलिखित समान और असमान दशमलव भिन्नों को वर्गीकृत करो :
(दशमलव की दाहिनी ओर के दो अंकों को आधार मानकर)

(i) 3.52 (i) 0.8 (iii) 19.345 (iv) 100.9

(v) 325.523 (vi) 0.9 (vii) 673.55 (viii) 637.55

असमान दशमलव भिन्न को समान दशमलव भिन्न बनाना

अब दो असमान दशमलव भिन्न 0.8 और 0.35 पर ध्यान दो।

देखो, दशमलव भिन्न 0.8 में दशमलव के दाहिनी ओर एक अंक है और 0.35 में दशमलव के दाहिनी ओर दो अंक हैं, अर्थात् दशमलव के दाहिनी ओर अंकों की संख्या अलग-अलग है।

0.8 को समान दशमलव भिन्न में बदलने के लिए उसके मान में परिवर्तन किए बिना 0.80 लिखा जा सकता है (.8 का मान .80 है)। इस तरह दशमलव भिन्न 0.80 और 0.35 समान हो जाएँगे।

नीचे लिखे दशमलव भिन्न के युग्मों (जोड़ियों) पर ध्यान दो और देखो कि ये किस तरह दो समान दशमलव भिन्न में बदले गए हैं।

	असमान दशमलव भिन्न	समान दशमलव भिन्न
(i)	9.73, 0.9	9.73, 0.90
(ii)	25.78, 3.857	25.780, 3.857
(iii)	73.1, 5.6591	73.1000, 5.6591

दशमलव भिन्न के इन युग्मों पर ध्यान देने से मालूम हुआ कि असमान दशमलव भिन्न के समूह को समान भिन्न के समूह में बदलने के लिए दशमलव के बाद सबसे अधिक अंक रखनेवाले दशमलव भिन्न के लिहाज़ से शेष भिन्न को बदल देते हैं।

अभ्यास : 11.4

1. निम्नलिखित असमान दशमलव व भिन्न के युग्मों (जोड़ियों) में से प्रत्येक को समान दशमलव भिन्न युग्मों में बदलो :

(i) 5.6, 6.11 (ii) 3.03, 5.4 (iii) 51.8, 121.395

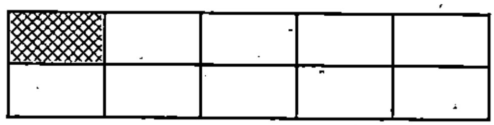
(iv) 301.502, 32.51 (v) 5.1, 32.595 (vi) 3.8, 23.7365

(vii) 4.7232, 28.3 (viii) 3.95, 17.01595

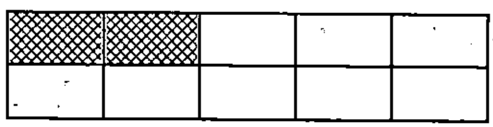
दशमलव भिन्न का क्रम

निम्नांकित आकृतियों पर ध्यान दो :

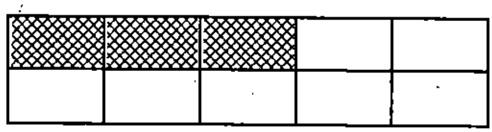
(i) $\frac{1}{10} = 0.1$



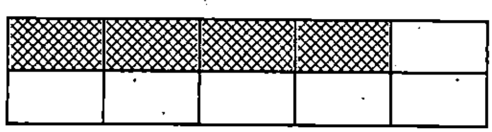
(ii) $\frac{2}{10} = 0.2$



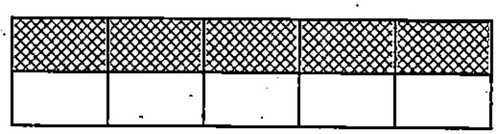
(iii) $\frac{3}{10} = 0.3$



(iv) $\frac{4}{10} = 0.4$



(v) $\frac{5}{10} = 0.5$



देखो पहले आयत में एक भाग और दूसरे आयत में दो भाग छायांकित हैं।

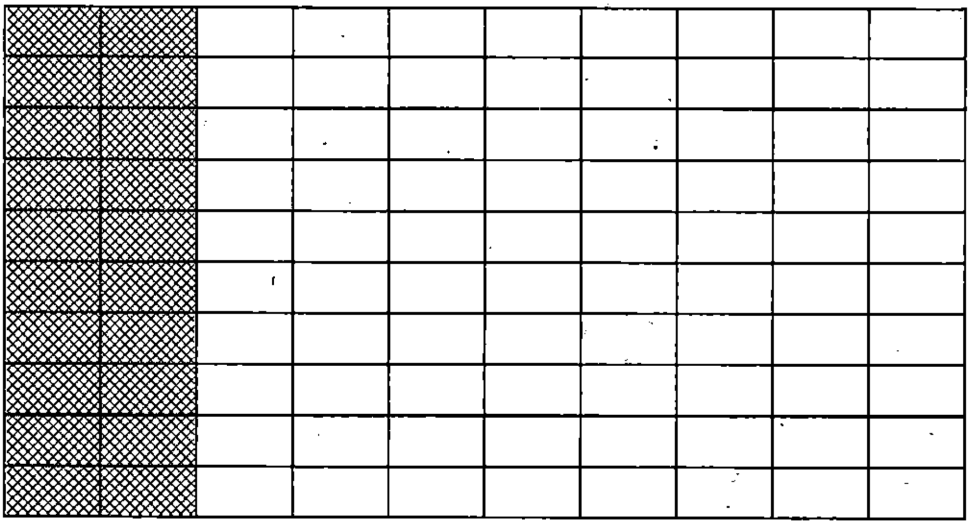
$\therefore \quad \frac{2}{10} > \frac{1}{10}$ या $0.2 > 0.1$

इसी तरह तीसरे आयत में छायांकित भाग दूसरी आयत के छायांकित भाग की अपेक्षा अधिक है।

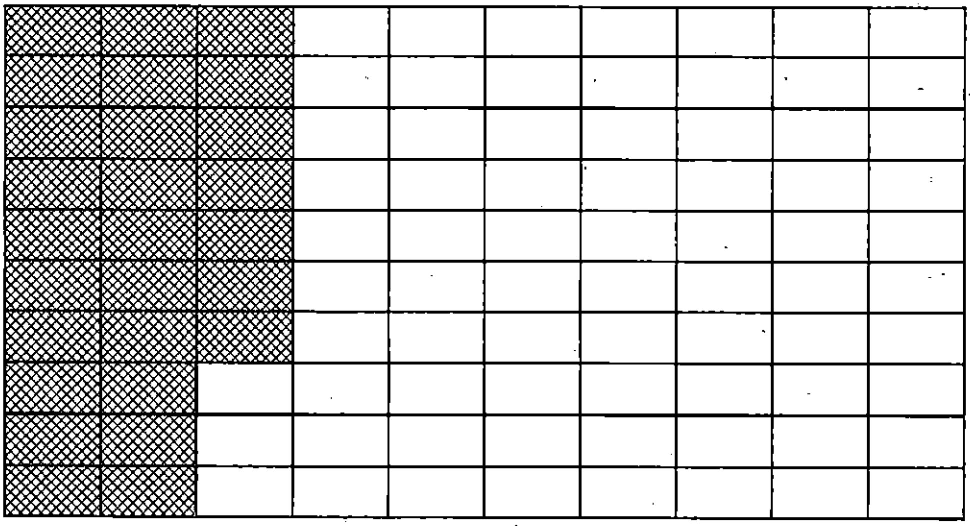
$\therefore \quad \frac{3}{10} > \frac{2}{10}$ या $0.3 > 0.2$

इसी तरह शेष आकृतियों की तुलना की जा सकती है।

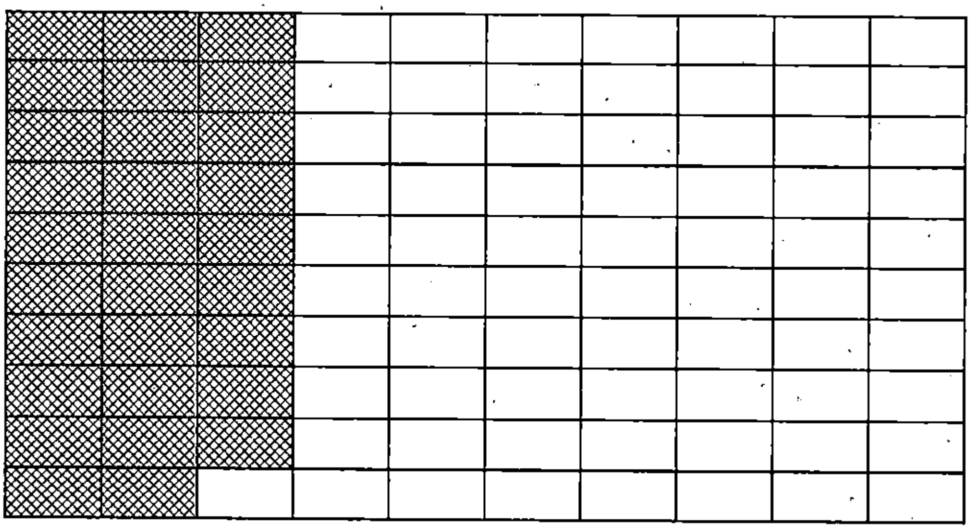
आओ, अब निम्नलिखित आकृतियों पर ध्यान दें :



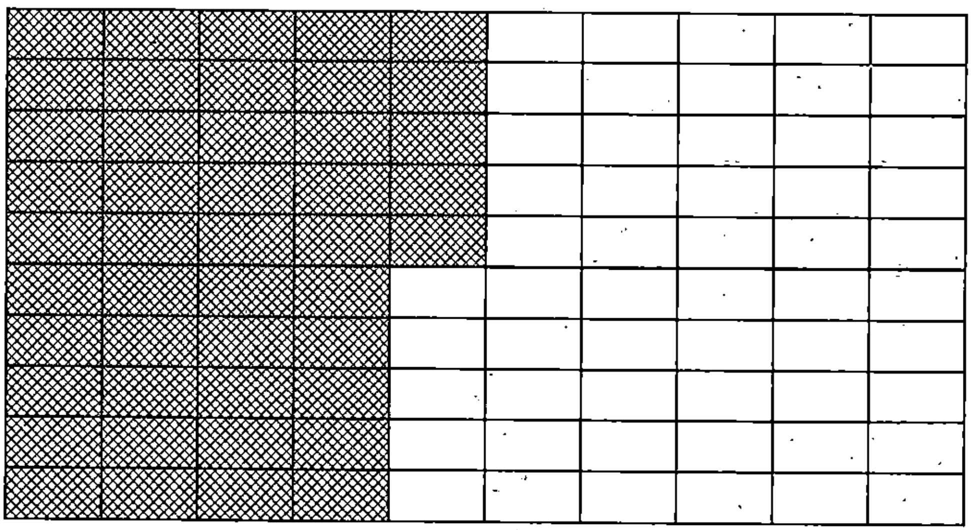
20 वाँ



27 वाँ



29 वाँ



45 वाँ

उपर्युक्त छायांकित भागों की तुलना करने से मालूम हुआ कि –

0.29 > 0.20

0.29 > 0.27

0.45 > 0.29

अभ्यास : 11.5

. निम्नलिखित दशमलव भिन्नों में से बड़े दशमलव भिन्न को पहचानो :

(i) 0.3, 0.8 (ii) 0.4, 0.7 (iii) 0.3, 0.03

(iv) 0.57, 0.87 (v) 0.521, 0.215 (vi) 19.995, 21.9

. नीचे लिखे दशमलव भिन्नों में से छोटे दशमलव भिन्न को पहचानो :

(i) 3.5, 2.5 (ii) 14.3, 9.3 (iii) 0.37, 0.48

(iv) 40.35, 14.50 (v) 2.009, 1.030 (vi) 0.09, 10.05

. निम्नलिखित दशमलव भिन्न के समूहों में से प्रत्येक को बढ़ते (आरोही) और घटते (अवरोही) क्रम में लिखो :

) 2.67, 8.96, 5.72, 10.57, 3.95,

i) 0.527, 0.597, 0.215, 0.575, 0.125

ii) 4.732, 42.832, 40.399, 14.209, 4.372

दशमलव भिन्नों पर मौलिक संक्रियाएँ

ामलव भिन्न का जोड़

आओ, पहले दो और तीन दशमलव भिन्नों को जोड़ना सीखो।

ाहरण (1) : 0.7 और 0.2 को जोड़ो।

0.7 और 0.2 को निम्नलिखित विधि से जोड़ते हैं :

$$\begin{array}{r} 0.7 \\ +\ 0.2 \\ \hline 0.9 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण (2) : 3.95, 4.85 और 1.78 को जोड़ो।

3.95, 4.85 और 1.78 को नीचे बताई गई विधि से जोड़ते हैं :

$$\begin{array}{r} 3.95 \\ +\ 4.85 \\ +\ 1.78 \\ \hline 10.58 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण (3) : 9.378, 7.395 और 0.998 को जोड़ो।

$$\begin{array}{r} 9.378 \\ +\ 7.395 \\ +\ 0.998 \\ \hline 17.771 \\ \hline \end{array}$$

याद रखो : दशमलव भिन्न को जोड़ते समय संख्याओं को एक-दूसरे के नीचे इस प्रकार लिखा जाता है कि प्रत्येक संख्या का दशमलव बिन्दु दूसरी संख्या के दशमलव बिन्दु के ठीक नीचे रहे। दशमलव भिन्न के जोड़ की संक्रिया साधारण संख्या के जोड़ की संक्रिया की तरह होती है। और उत्तर में बिन्दु दशमलव संख्या के दशमलव बिन्दु के ठीक नीचे लगाया जाता है।

अभ्यास 11.6

1. निम्नलिखित संख्याओं को जोड़ो :

(i) 6.4 + 3.7 + 7.2 (ii) 5.12 + 3.25 + 4.97

(iii) 182.35 + 972.35 + 10.51 (iv) 20.201 + 525.81 + 748.3

(v) 431.31 + 0.972 + 101.397 (vi) 30.125 + 395.001 + 475.3

2. असलम ने 40.00 रुपये की एक किताब, 12.75 रुपये की क़लम और 6.50 रुपये की कॉपी ख़रीदी। उसने कुल कितनी राशि ख़र्च की ?

3. एक शहर में लगातार तीन दिन तक क्रमश: 4.15 सेमी., 2.96 सेमी. और 3.45 सेमी. वर्षा हुई। बताओ वहाँ 3 दिनों में कितनी वर्षा हुई ?

4. एक मज़दूर ने पहले दिन 70.00 रुपये, दूसरे दिन 75.50 रुपये और तीसरे दिन 95.75 रुपये की मज़दूरी की। बताओ, उसने कुल तीन दिनों में कितनी राशि प्राप्त की ?

5. एक दुकानदार ने एक दिन 50.500 किलोग्राम, दूसरे दिन 42.250 किलोग्राम और तीसरे दिन 35.750 किलोग्राम गेहूँ बेचा। बताओ, दुकानदार ने कुल कितना गेहूँ बेचा ?

दशमलव भिन्न का घटाव

आओ, अब एक दशमलव भिन्न में से दूसरे दशमलव भिन्न को घटाना सीखो।

उदाहरण (1) : 0.8 में से 0.3 घटाओ।

$$\begin{array}{r} 0.8 \\ -0.3 \\ \hline 0.5 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण (2) : 6.84 में से 4.2 घटाओ।

$$\begin{array}{r} 6.84 \\ -4.20 \\ \hline 2.64 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण (3) : 8.987 में से 5.173 घटाओ।

$$\begin{array}{r} 8.987 \\ -\ 5.173 \\ \hline 3.814 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण (4) : 216.93 में से 195.87 घटाओ।

$$\begin{array}{r} 216.93 \\ -\ 195.87 \\ \hline 21.06 \\ \hline \end{array}$$

याद रखो : दशमलव भिन्न को घटाते समय संख्याओं को एक-दसूरे के नीचे इस तरह लिखते हैं कि एक संख्या का दशमलव बिन्दु दूसरी संख्या के दशमलव बिन्दु के ठीक नीचे हो। दशमलव भिन्न का घटाव भी साधारण संख्याओं के घटाव की तरह होता है।

अभ्यास : 11.7

1. घटाओ :

(i) 85.3 − 44.1 (ii) 98.9 − 49.3

(iii) 117.35 − 98.03 (iv) 857.29 − 50.13

(v) 397.32 − 79.30 (vi) 795.03 − 670.99

2. अन्तर बताओ :

(i) 7.3 − 5.1 (ii) 23.54 − 14.03

(iii) 138.359 − 39.319 (iv) 93.57 − 83.69

(v) 107.57 − 100.33 (vi) 897.23 − 697.03

अध्याय : 12

दशमलव भिन्नों का गुणा और भाग

(Multiplication and Division of Decimal Fractions)

दशमलव भिन्न को पूर्ण संख्या से गुणा करना

उदाहरण (1) : गुणा करो : 0.4×3

$$0.4 \times 3 = \frac{4}{10} \times 3 = \frac{12}{10} = 1.2$$

$$= 0.4 \times 3 = 1.2$$

उदाहरण (2) : गुणा करो : 36×0.4

$$36 \times 0.4 = 36 \times \frac{4}{10}$$

$$= \frac{144}{10} = 14.4$$

उदाहरण (3) : गुणा करो : 4.592×24

पहली विधि :

```
  4.592
  × 24
 ------
  18368
  91840
 ------
110.208
```

दूसरी विधि :

4.592×24

$$= \frac{4592}{1000} \times 24$$

$$= \frac{110208}{1000} = 110.208$$

> **याद रखो :** दशमलव भिन्न को पूर्ण संख्या से गुणा करते समय दशमलव बिन्दु को नज़र-अन्दाज़ करके पहले साधारण विधि से गुणा करते हैं और गुणनफल में दशमलव बिन्दु दाहिनी ओर से उतने ही अंक गिनने के बाद लगाया जाता है जितने गुणक में दशमलव की दाहिनी ओर होते हैं।

अभ्यास : 12.1

1. गुणा करो :

(i)	3.8 × 4	(ii)	5.74 × 19	(iii)	0.004 × 82
(iv)	49.8 × 7	(v)	198.05 × 37	(vi)	6.017 × 194

2. अगर एक पेंसिल का मूल्य 1.25 रुपये हो तो 5 पेंसिलों का मूल्य क्या होगा ?
3. एक किलोग्राम आम 18.75 रुपये में मिलते हैं तो 7 किलोग्राम आम कितने के मिलेंगे ?

दशमलव भिन्न को 10, 100 और 1000 से गुणा करना

नीचे के उदाहरणों पर ध्यान दो :

उदाहरण (1) :

```
   6.32
 × 100
 ------
    000
   000
  632
 ------
 632.00
```

उदाहरण (2) :

```
  6.32
  × 10
 -----
   000
  632
 -----
 63.20
```

उदाहरण (3) :

```
    6.32
  × 1000
 -------
     000
    000
   000
  632
 -------
 6320.00
```

उपर्युक्त उदाहरणों पर ध्यान देने से मालूम होता है कि 6.32 को 10 से गुणा करने से दशमलव बिन्दु एक स्थान दाहिनी ओर हट गया है।

6.32 × 10 = 63.20

इसी तरह 6.32 को 100 और 1000 से गुणा करने पर दशमलव बिन्दु क्रमश: दो और तीन स्थान दाहिनी ओर हट गया है।

6.32 × 100 = 632.00

6.32 × 1000 = 6320.00

याद रखो : यदि दशमलव को 10, 100 या 1000 से गुणा करना हो तो दी हुई संख्या का दशमलव बिन्दु 1, 2 या 3 स्थान दाहिनी ओर हट जाएगा। यदि स्थान पूरे न हों तो दाहिनी ओर आवश्यक संख्या में शून्य बढ़ा दिया जाता है।

अभ्यास : 12.2

1. निम्नलिखित में से प्रत्येक संख्या को क्रमश: 10, 100 और 1000 से गुणा करो :

(i) 4.321 (ii) 7.527 (iii) 0.2

(iv) 0.73 (v) 0.08 (vi) 0.039

दशमलव भिन्न को दशमलव भिन्न से गुणा करना

नीचे के उदाहरणों पर ध्यान दो :

उदाहरण (1) : गुणा करो :

$$0.3 \times 0.7 = \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}$$

$$= \frac{21}{100} = 0.21$$

उदाहरण (2) : गुणा करो :

1.5×2.7

$$\begin{array}{r} 1.5 \\ \times\ 2.7 \\ \hline 105 \\ 30 \\ \hline 4.05 \end{array}$$

उदाहरण (3) : गुणा करो :

1.72×0.3

$$\begin{array}{r} 1.72 \\ \times\ 2.3 \\ \hline 516 \end{array}$$

दशमलव को छोड़कर गुणा करने पर 516 प्राप्त हुआ।

चूँकि 1.72 और 0.3 में दशमलव या दशमलव स्थान की कुल संख्या 3 है, इसलिए गुणनफल में दाहिनी ओर से तीन स्थान के बाद दशमलव लगाने पर 0.516 प्राप्त होता है।

उदाहरण (4) : गुणा करो : 25.3 × 1.42

```
     25.3
   × 1.42
   ------
      506
    1012×
    253××
   ------
    35926
```

दशमलव को छोड़कर गुणा करने पर

इसलिए अपेक्षित गुणनफल

25.3 × 1.42 = 35.926

अभ्यास : 12.3

1. गुणा करो :

(i) 0.1 × 0.4 (ii) 1.3 × 0.8 (iii) 2.52 × 1.7

(iv) 39.7 × 3.72 (v) 127.3 × 0.07 (vi) 373.03 × 0.576

दशमलव भिन्न के गुणा की विशेषताएँ

निम्नलिखित उदाहरण के गुणनफल पर ध्यान दो :

(i) 0.7 को 6 से गुणा करो :

0.7 × 6 = 4.2

(ii) 6 को 0.7 से गुणा करो :

6 × 0.7 = 4.2

याद रखो : जब एक दशमलव भिन्न को एक पूर्ण संख्या से या एक दूसरे दशमलव भिन्न से गुणा करते हैं तो गुणनखण्ड के क्रम का प्रभाव गुणनफल पर नहीं पड़ता।

दूसरे शब्दों में :

एक दशमलव भिन्न को किसी पूर्ण संख्या से या दो दशमलव भिन्नों को किसी भी क्रम में गुणा कर दें तो गुणनफल एक ही रहता है।

उदाहरण : $0.39 \times 1 = .39$

$3.52 \times 1 = 3.52$

किसी दशमलव भिन्न और 1 का गुणनफल वही दशमलव भिन्न होता है।

उदाहरण: $0.45 \times 0 = 0$

$90.05 \times 0 = 0$

किसी दशमलव भिन्न और शून्य का गुणनफल शून्य होता है।

दशमलव भिन्न का भाग

पहले दशमलव भिन्न को पूर्ण संख्या से भाग देना सीखो :

उदाहरण (1) : उदाहरण के रूप में 0.9 को हम 3 से विभिन्न विधियों से भाग दे सकते हैं :

हल :

पहली विधि

$0.9 \div 3$

$= 9$ दसवाँ $\div 3$

$= (9 \div 3)$ दसवाँ

$= 3$ दसवाँ

$= 0.3$

दूसरी विधि

```
     0.3
  3)0.9
   -0
    9
   -9
    x
```

इसी लिए $0.9 \div 3 = 0.3$

उदाहरण (2) : 0.28 ÷ 7

हल : पहली विधि

0.28 ÷ 7

= 28 सौवाँ ÷ 7

= (28 ÷ 7) सौवाँ

= 4 सौवाँ

= 0.04

दूसरी विधि

```
   0.04
7 )0.28
  - 0
  ----
  × 2
   - 0
   ---
    28
   -28
   ---
    ××
```

इसीलिए 0.28 ÷ 7 = 0.04

उदाहरण (3) : 15.693÷3

हल : पहली विधि

15.693÷3

= (15 इकाइयाँ + 693 हज़ारवाँ) ÷ 3

= (15000 हज़ारवाँ + 693 हज़ारवाँ ÷ 3)

= (15693 ÷ 3) हज़ारवाँ

= 5.231

दूसरी विधि

```
    5.231
3 )15.693
  -15
  -----
  ×× 6
    - 6
    ---
     ×9
    - 9
    ---
     ×3
    - 3
    ---
      ×
```

इसी लिए 15.693 ÷ 3 = 5.231

दशमलव भिन्न को पूर्ण संख्या से भाग देने के निम्नांकित नियमों को ध्यान में रखना ज़रूरी है :

1. जब भाज्य भाजक से बड़ा हो :

व्याख्या : पहले भाज्य के पूर्ण संख्या को भाग देते हैं।

उदाहरण : 25.92 को 8 से भाग दो।

25.92 में 8 से भाग देने के लिए सबसे पहले 25 को 8 से भाग दिया गया, तो भागफल 3 इकाइयाँ आईं। बाक़ी बची '1' इकाई। अब '1' इकाई में भाज्य 9 दसवाँ मिलाया गया तो बन गया 19 दसवाँ, इसे 8 से भाग देने पर 2 दसवाँ आया और शेष बचा 3 दसवाँ। इस 3 दसवें में भाज्य का दसवाँ मिलाया गया तो बन गया 32 सौवाँ। इसे 8 से भाग देने पर 4 सौवाँ आया और बाक़ी कुछ नहीं बचा।

```
     3.24
8 ) 25.92
   -24
     19   दसवाँ
    -16
      32  सौवाँ
    - 32
      00
```

2. जब भाज्य भाजक से छोटा हो :

(i) जब भाज्य की पूर्ण संख्या वाला भाग शून्य हो:

उदाहरण : 0.4000 को 800 से भाग दो।

व्याख्या : अगर भाज्य की पूर्ण संख्या वाला भाग '0' हो और दशमलव की दाहिनी ओर एक या दो अंक (0 के अतिरिक्त कोई भी अंक) हों, तो भागफल में इकाई के स्थान पर '0' लिखकर भाग आरंभ करते हैं और भागफल ही में इकाई की दाहिनी ओर दशमलव लगाते हैं और फिर भाज्य में दशमलव की दाहिनी ओरवाले अंक की दाहिनी ओर '0' लगाते हैं और यह '0' उस समय तक लगाते हैं, जब तक कि '0' और वह संख्या मिलकर भाजक से बड़ी न हो जाए। फिर भाग की संक्रिया करते हैं।

```
       0.0005
800 ) 0.4000
     -0
       4
      -0
       40
      -00
       400
      -000
       4000
      -4000
       ××××
```

ii) **जब भाज्य का पूर्ण संख्यावाला भाग ा हो :**

उदाहरण : 4.10 में 82 से भाग दो।

व्याख्या : अगर भाज्य का पूर्ण संख्यावाला भाग भाजक से छोटा हो परन्तु शून्य न हो तो भागफल में इकाई के स्थान पर '0' लिखकर भाग की संक्रिया शुरू की जाती है। इसके बाद भागफल में इकाई के स्थान पर अवस्थित '0' की दाहिनी ओर दशमलव लगाते हैं। अगर पूर्ण संख्या और दशमलव हिस्से के पहले अंक से बनने वाली संख्या भाजक से छोटी हो तो दशमलव की दाहिनी ओर एक '0' लगाया जाता है। और अगर दशमलव के बाद वाले दो अंकों और पूर्ण संख्या से बनने वाली संख्या भाजक से छोटी हो तो एक के बजाय भागफल में दशमलव की दाहिनी ओर दो शून्य लगाए जाते हैं। फिर भाग दिया जाता है।

```
      0.0
82)4.10
    0
   ---
    41
    00
   ---
    410
    410
   ---
    xxx
```

अभ्यास : 12.4

1. भाग दो और भागफल मालूम करो (दशमलव के दो स्थान तक) :

(i)	3.6 ÷ 9	(ii)	9.3 ÷ 3
(iii)	95.38 ÷ 19	(iv)	48.72 ÷ 12
(v)	6.25 ÷ 25	(vi)	17.6 ÷ 7
(vii)	493.24 ÷ 3	(viii)	734.05 ÷ 23
(ix)	0.3 ÷ 600		

दशमलव भिन्न का 10, 100 और 1000 से भाग

नीचे दिए गए उदाहरणों पर ध्यान दो :

(1) 16.6 ÷ 10 (2) 370.7 ÷ 100 (3) 1464.4000 ÷ 1000

हल:

(1) $16.6 \div 10$

$$\begin{array}{r} 1.66 \\ 10\overline{)16.60} \\ -10 \\ \hline 66 \\ -60 \\ \hline 60 \\ -60 \\ \hline 0 \end{array}$$

इसलिए $16.6 \div 10 = 1.66$

(2) $370.7 \div 100$

$$\begin{array}{r} 3.707 \\ 100\overline{)370.700} \\ -300 \\ \hline 707 \\ -700 \\ \hline 70 \\ -00 \\ \hline 700 \\ -700 \\ \hline 0 \end{array}$$

इसलिए $370.7 \div 100 = 3.707$

(3) $1464.4000 \div 1000$

$$\begin{array}{r} 1.4644 \\ 1000\overline{)1464.4000} \\ -1000 \\ \hline 4644 \\ -4000 \\ \hline 6440 \\ -6000 \\ \hline 4400 \\ -4000 \\ \hline 4000 \\ -4000 \\ \hline 0 \end{array}$$

इसलिए $1464.4000 \div 1000 = 1.4644$

इन उदाहरणों से यह नतीजा निकलता है कि 10 से भाग देने पर भागफल में दशमलव एक अंक बाईं ओर, 100 से भाग देने पर दशमलव दो अंक बाईं ओर और 1000 से भाग देने पर दशमलव तीन अंक बाईं ओर खिसक जाता है।

अभ्यास : 12.5

1. भागफल मालूम करो :

(i) $0.89 \div 10$ (ii) $2.573 \div 100$ (iii) $43.052 \div 1000$

(iv) $445.93 \div 1000$ (v) $8973.52 \div 1000$

दशमलव भिन्न का 10, 100 और 1000 के गुणज से भाग

उदाहरण (1) : $316.84 \div 40$

हल : इसे हम दो विधियों से भाग दे सकते हैं :

पहली विधि तो हम सीख चुके हैं। यह विधि है दशमलव भिन्न को पूर्ण संख्या से भाग देने की, जैसा कि शुरू में बताया गया है।

दूसरी विधि :

$$316.84 \div 40$$

$$= \frac{316.84}{40}$$

$$= \frac{316.84}{10 \times 4}$$

$$= \frac{316.84}{10} \times \frac{1}{4}$$

$$= 31.684 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{31.684}{4}$$

$$= 7.921$$

उदाहरण (2) : 8.48 को 400 से भाग दो।

हल :

$$8.48 \div 400 = \frac{8.48}{400} = \frac{8.48}{100 \times 4} = \frac{8.48}{100} \times \frac{1}{4}$$

$$= .0848 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{.0848}{4} = 0.0212$$

अभ्यास : 12.6

1. भागफल मालूम करो :

(i) $732.52 \div 40$ (ii) $690.4 \div 80$ (iii) $55.5 \div 50$

(iv) $780.46 \div 200$ (v) $0.008 \div 40$ (vi) $4920.24 \div 600$

दशमलव भिन्न का दूसरे दशमलव भिन्न से भाग

उदाहरण (1) : 0.0112 को 0.16 से भाग दो :

हल : पहला नियम

यहाँ हर अर्थात 0.16 में से दशमलव को हटाने के लिए 100 से गुणा किया गया। और नियमानुसार जब किसी हर में किसी संख्या को गुणा किया जाता है तो उसी संख्या को अंश से भी गुणा करना पड़ता है। अतः अंश अर्थात 0.0112 को भी 100 से गुणा किया गया।

$$0.0112 \div 0.16 = \frac{0.0112}{0.16}$$

$$= \frac{0.0112 \times 100}{0.16 \times 100}$$

$$= \frac{1.12}{16}$$

$$= 0.07$$

दूसरा नियम

यदि भाजक और भाज्य दोनों में दशमलव हो तो भाजक से दशमलव हटाने के लिए देखना होगा कि भाजक में दाईं ओर से कितने अंको के बाद दशमलव है। जितने अंकों के बाद भाजक में दशमलव होगा भाज्य में उतने अंक दाईं ओर दशमलव को खिसका दिया जाएगा।

$$0.0112 \div 0.16$$

$$= \frac{0.0112}{0.16}$$

$$= \frac{01.12}{16}$$

$$= 0.07$$

उदाहरण (2) : 112.005 को 0.375 से भाग दो।

हल : नया भाजक = 0.375 × 1000 = 375 **अथवा** $\frac{112005.00}{375}$

नया भाज्य = 112.005 × 1000 = 112005

```
       298.68
375 ) 112005.00
      -750
       3700
      -3375
        3255
      -3000
         2550
        -2250
          3000
         -3000
          ××××
```

भागफल = 298.68

इस तरह एक दशमलव भिन्न को दूसरे दशमलव भिन्न से भाग देने के लिए :

i) भाजक के दशमलव स्थान के आधार पर भाज्य और भाजक दोनों को 10 या 100 या 1000 इत्यादि से गुणा देकर भाजक को एक पूर्ण संख्या में बदल दिया जाता है।

ii) और प्राप्त होनेवाले नए भाज्य को नए भाजक से भाग दिया जाता है।

अभ्यास : 12.7

1. भागफल मालूम करो :

(i)	2.25 ÷ 1.5	(ii)	0.05 ÷ 0.25	(iii)	0.175 ÷ 0.25
(iv)	54.6 ÷ 1.3	(v)	0.442 ÷ 0.221	(vi)	0.035 ÷ 0.07

पूर्ण संख्या का दशमलव भिन्न से भाग

पहले निम्नांकित उदाहरणों पर ध्यान दो :

उदाहरण (1) : $8 \div 0.4$

हल : $8 \div 0.4 = \frac{8}{0.4}$

$= \frac{8}{0.4} \times \frac{10}{10}$

$= \frac{80}{4} = 20$

उदाहरण (2) : $26 \div 1.25$

हल : $26 \div 1.25 = \frac{26}{1.25}$

$= \frac{26}{1.25} \times \frac{100}{100}$

$= \frac{2600}{125} = 20.8$

उदाहरण (3) : $4422 \div .2211$

हल : $= \frac{4422}{.2211} \times \frac{10000}{10000}$

$= \frac{44220000}{2211}$

$= 20,000$

अभ्यास : 12.8

1. भागफल मालूम करो :

(i) $23 \div 0.46$

(ii) $34 \div 4.25$

(iii) $215 \div 12.45$

(iv) $438 \div 16.44$

(v) $3456 \div 0.144$

पूर्ण संख्या का पूर्ण संख्या से भाग जबकि भाज्य भाजक से छोटा हो

निम्नांकित उदाहरणों पर ध्यान दो :

(1) $3 \div 4$

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 4\overline{)3.00} \\ -0 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$$

इसलिए $3 \div 4 = 0.75$

(2) $2 \div 8$

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ 8\overline{)2.000} \\ -0 \\ \hline 20 \\ -16 \\ \hline 40 \\ -40 \\ \hline 0 \end{array}$$

इसलिए $2 \div 8 = 0.25$

(3) $5 \div 25$

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 25\overline{)5.0} \\ -00 \\ \hline 50 \\ -50 \\ \hline 0 \end{array}$$

इसलिए $5 \div 25 = 0.2$

ऊपर के उदाहरणों में से प्रत्येक में भाज्य और भाजक का गुणज बनाने के लिए उसकी दाहिनी ओर दशमलव लगाकर आवश्यकतानुसार '0' बढ़ाया गया और भागफल को दशमलव भिन्न के रूप में प्राप्त करने के लिए दशमलव भिन्न को पूर्ण संख्या से भाग देने की विधि का प्रयोग किया गया।

अभ्यास : 12.9

1. भाग दो :

(i) 2 को 4 से　　(ii) 3 को 6 से

(iii) 5 को 8 से　　(iv) 10 को 25 से

(v) 15 को 40 से

साधारण भिन्न को दशमलव भिन्न में बदलना

(1) $\frac{1}{4} = 1 \div 4$

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ 4\overline{)1.00} \\ -0 \\ \hline 10 \\ -8 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 00 \end{array}$$

इसलिए $1 \div 4 = 0.25$

(2) $\frac{3}{6} = 3 \div 6$

$$\begin{array}{r} 0.5 \\ 6\overline{)3.0} \\ -0 \\ \hline 30 \\ -30 \\ \hline 0 \end{array}$$

इसलिए $3 \div 6 = 0.5$

(3) $\frac{3}{5} = 3 \div 5$

$$\begin{array}{r} 0.6 \\ 5\overline{)3.0} \\ -0 \\ \hline 30 \\ -30 \\ \hline 0 \end{array}$$

इसलिए $3 \div 5 = 0.6$

उपर्युक्त अवस्थाओं में से प्रत्येक में भाज्य की दाहिनी ओर आवश्यकतानुसार शून्यों को बढ़ाकर उसको भाजक का गुणज बनाया गया। इसके बाद दशमलव भिन्न को पूर्ण संख्या से भाग देने की विधि अपनाई गई।

याद रखो :

$0.25 = \frac{1}{4}$ = एक पाव

$0.50 = \frac{1}{2}$ = आधा

$0.75 = \frac{3}{4}$ = पौन

अभ्यास : 12.10

1. भागफल ज्ञात करो :

(i) $7 \div 28$ (ii) $5 \div 40$ (iii) $23 \div 92$

(iv) $11 \div 44$ (v) $13 \div 104$ (vi) $27 \div 216$

अध्याय : 13

मिश्रित संक्रियाएँ

(Mixed Operations)

नीचे दिए गए प्रश्नों को हल करो :

(1) 15 + 6 = ... (2) 35 − 10 = ...

(3) 12 × 5 = ... (4) 40 ÷ 8 = ...

तुम इन प्रश्नों को आसानी से हल कर सकते हो, क्योंकि तुम जोड़, घटाव, गुणा और भाग की संक्रियाओं से परिचित हो। लेकिन ध्यान रहे कि हर प्रश्न में या तो जोड़ है या घटाव हैं या गुणा या भाग। किसी भी प्रश्न में दो तरह की संक्रियाएँ एक साथ नहीं हैं।

अब नीचे के उदाहरणों को ध्यान से देखो :

(1) 10 + 3 − 6 (2) 25 × 2 + 4

(3) 22 ÷ 7 × 2 (4) 74 ÷ 2 × 3 + 9

तुमने देखा कि इन उदाहरणों में जोड़, घटाव, गुणा और भाग में से कोई दो या दो से अधिक संक्रियाएँ एक साथ हैं। इस प्रकार का प्रश्न जिसमें दो या दो से अधिक संक्रियाएँ एक साथ हों तो उसे 'मिश्रित संक्रियाओं का प्रश्न कहा, जाता है।

मिश्रित संक्रियाओं को हल करने का एक निश्चित क्रम है–

भाग → गुणा → जोड़ → घटाव (भागुजोघ)

(क) जब जोड़ और घटाव एक ही व्यंजक (इबारत) में हों

विधि : एक से अधिक संक्रियाएँ रहने की स्थिति में पहले जोड़ और उसके बाद घटाव की संक्रिया को हल किया जाएगा।

उदाहरण (1) : $10 + 3 - 6$
$= 13 - 6$
$= 7$

(2) : $22 - 7 + 2$
$= 15 + 2$
$= 17$

अभ्यास : 13.1

हल करो :

(i) $30 + 7 - 10$
(ii) $24 - 8 + 12$
(iii) $208 - 75 + 138$
(iv) $317 + 125 - 100$

(ख) जब गुणा और भाग एक ही व्यंजक में हों

विधि : जब गुणा और भाग एक ही व्यंजक में हों, तो पहले भाग और फिर गुणा की संक्रिया को हल किया जाएगा :

(i) : $12 \times 9 \div 3$
$= 12 \times 3$
$= 36$

(ii) : $35 \div 7 \times 2$
$= 5 \times 2$
$= 10$

अभ्यास : 13.2

1. हल करो :

(i) $24 \div 6 \times 3$
(ii) $14 \times 12 \div 3$
(iii) $9 \times 15 \div 3$
(iv) $63 \div 9 \times 2$
(v) $104 \div 13 \times 6$

(ग) जब जोड़, घटाव और गुणा एक ही व्यंजक में हो

विधि : (i) पहले गुणा की संक्रिया की जाएगी।

(ii) इसके बाद जोड़ की संक्रिया की जाएगी और अन्त में घटाव की।

उदाहरण (i) $5 + \underbrace{8 \times 2}$
$= 5 + 16$
$= 21$

(ii) $\underbrace{16 \times 3} + 12$
$= 48 + 12$
$= 60$

(iii) $15 - \underbrace{4 \times 3}$
$= 15 - 12$
$= 3$

(iv) $\underbrace{30 \times 5} - 100$
$= 150 - 100$
$= 50$

(v) $5 + \underbrace{8 \times 2} - 4$
$= 5 + \underbrace{8 \times 2} - 4$
$= 5 + 16 - 4$
$= 21 - 4$
$= 17$

(vi) $14 - 6 + \underbrace{12 \times 9}$
$= 14 - 6 + 108$
$= \underbrace{14 + 108} - 6$
$= 122 - 6$
$= 116$

अभ्यास : 13.3

1. हल करो :

(i) $7 + 4 \times 6$

(ii) $20 - 3 \times 5$

(iii) $26 - 2 \times 4 + 9$

(iv) $1 + 48 - 12 \times 3$

(v) $15 \times 5 + 8 - 30$

(vi) $12 - 5 + 25 \times 2$

(घ) जब गुणा और भाग के साथ जोड़ या घटाव एक ही व्यंजक में हों

विधि : जब एक ही व्यंजक में जोड़, घटाव, गुणा या भाग की संक्रियाएँ हों तो पहले भाग, फिर गुणा, उसके बाद जोड़ और अन्त में घटाव की संक्रिया की जाएगी। इसे संक्षेप में 'भागुजोघ' 'DMAS' भी कहते हैं।

उदाहरण :

(1) $8\times5\div10+5$

$8\times5\times\frac{1}{10}+5$

$=\overset{4}{\cancel{8}}\times\frac{1}{\cancel{2}}+5$

$=4+5=9$

(2) $25-9\times2\div3$

$=25-9\times2\times\frac{1}{3}$

$=25-\frac{\cancel{18}^{6}}{\cancel{3}}$

$=25-6=19$

(3) $60\div12+8\times3$

$=5+8\times3$

$=5+24$

$=29$

(4) $15+11-6\times2\div4$

$=15+11-6\times2\times\frac{1}{4}$

$=15+11-\frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{4}}$

$=26-3=23$

अभ्यास : 13.4

1. हल करो :

(i) $5\times3-2+4$

(ii) $16\div8\times5+2-7$

(iii) $20\div5+12\times2-1$

(iv) $42-8\times96\div16+5$

(v) $2\times14\div7+15-10$

(vi) $64\div8\times3+6-15$

(vii) $2\times34\div17-1$

(viii) $3+15\times25\div5$

अध्याय : 14

औसत (Average)

औसत की परिकल्पना

हफ़ीज़ ने सोमवार को क़ुरआन मजीद के 7 रुकूअ, मंगलवार को 11 रुकूअ और बुधवार को 12 रुकूअ पढ़े।

अगर तुमसे पूछा जाए कि उसने इन तीन दिनों में कितने रुकूअ पढ़े तो तुम्हारा जवाब होगा 7 + 11 + 12 = 30 अर्थात् 30 रुकूअ।

अब अगर तुमसे यह पूछा जाए कि हफ़ीज़ ने प्रतिदिन औसतन कितने रुकूअ पढ़े, तो यह किस तरह मालूम करोगे ?

प्रतिदिन पढ़ने का औसत मालूम करने के लिए रुकूअ के योगफल में दिनों की संख्या से भाग दिया जाएगा।

पढ़े गए कुल रुकूअ की संख्या = 30

कुल दिन = 3

औसत = 30 ÷ 3 रुकूअ = 10 रुकूअ प्रतिदिन

इस तरह 7, 11 और 12 का औसत 10 रुकूअ प्रतिदिन हुआ।

औसत निकालने का एक सामान्य नियम यह है कि :

☆ पहले ग्रुप में दिए गए मूल्यों का योगफल मालूम किया जाएगा।

☆ और फिर उसकी संख्या से भाग किया जाएगा।

उदाहरण (1) :

किसी कक्षा के 7 बच्चों की उम्रें क्रमश: 11 साल, 12 साल, 12 साल, 12 साल, 10 साल, 13 साल और 14 साल हों, तो उनकी औसत उम्र ज्ञात करो।

हल : औसत ज्ञात करने के लिए पहले इन बच्चों की उम्रों का योगफल मालूम किया जाएगा, फि योगफल को बच्चों की कुल संख्या से भाग दिया जाएगा।

बच्चों की उम्र का योगफल = 11 + 12 + 12 + 12 + 10 + 13 + 14

= 84

बच्चों की कुल संख्या = 7

औसत उम्र = 84 ÷ 7 = 12 साल।

उदाहरण (2) : 11, 17, 15, 9 और 8 का औसत ज्ञात करो।

हल :

$$\text{औसत} = \frac{\text{समूह में सम्मिलित संख्याओं का योगफल}}{\text{योज्यों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{11 + 17 + 15 + 9 + 8}{5}$$

$$\text{इसलिए} = \frac{60}{5} = 12$$

औसत = 12

उदाहरण (3) : 6 बच्चों की मासिक स्कूल फ़ीस क्रमश: 48 रुपये, 42 रुपये, 42 रुपये, 45 रुपये 45 रुपये और 48 रुपये है, तो एक बच्चे की औसत फ़ीस क्या होगी?

हल :

$$\text{औसत} = \frac{\text{बच्चों की कुल फ़ीस}}{\text{बच्चों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{48 + 42 + 42 + 45 + 45 + 48}{6}$$

$$= \frac{270}{6} \text{ रुपये}$$

= 45 रुपये

इसलिए एक बच्चे की औसत फ़ीस = 45 रुपये।

उदाहरण (4) : एक नेक काम में पाँचवीं कक्षा के 12 छात्रों ने चन्दा दिया। चन्दे की राशि इस प्रकार है :

25 रुपये	20 रुपये	20 रुपये	15 रुपये
37 रुपये	32 रुपये	27 रुपये	18 रुपये
40 रुपये	20 रुपये	38 रुपये	32 रुपये

(i) प्रत्येक छात्र ने औसत कितना चन्दा दिया ?

(ii) कितने छात्रों ने औसत से कम रुपये दिए ?

(iii) औसत चन्दे से ज़्यादा रुपये देनेवालों की संख्या कितनी है ?

(iv) औसत चन्दे के बराबर कितने छात्रों ने रुपये दिए ?

हल : छात्रों द्वारा दिया गया कुल चन्दा

$=25 + 20 + 20 + 15 + 37 + 32 + 27 + 18 + 40 + 20 + 38 + 32 = 324$

छात्रों की कुल संख्या = 12

(i) एक छात्र का औसत चन्दा = $324 \div 12 = 27$ रुपये

(ii) 6 छात्रों ने औसत चन्दे से कम रुपये दिए।

(iii) औसत चन्दे से ज़्यादा रुपये देनेवाले छात्रों की संख्या 5 है।

(iv) औसत चन्दे के बराबर रुपये देनेवाले छात्र की संख्या 1 है।

उदाहरण (5) : एक ऑफ़िस के 15 कर्मचारियों में से प्रत्येक 1550 रुपये वेतन पाता है। दूसरे 10 कर्मचारियों में से प्रत्येक 1760 रुपये वेतन पाता है और 5 कर्मचारियों में से प्रत्येक 2000 रुपये वेतन पाता है। ऑफ़िस के सभी कर्मचारियों का औसत वेतन मालूम करो।

हल : 15 कर्मचारियों का कुल वेतन = 15 × 1550 = 23250 रुपये

10 कर्मचारियों का कुल वेतन = 10 × 1760 = 17600 रुपये

5 कर्मचारियों का कुल वेतन = 5 × 2000 = 10000 रुपये

इसलिए कर्मचारियों का कुल वेतन = 23250 + 17600 + 10000 = 50850 रुपये

कर्मचारियों की कुल संख्या = 30

ऑफ़िस के एक कर्मचारी का औसत वेतन = 50850 ÷ 30 = 1695 रुपये

इसलिए ऑफ़िस के कर्मचारियों का औसत वेतन 1695 रुपये है।

उदाहरण (6): 5, $4\frac{1}{3}$, $2\frac{2}{3}$, $6\frac{3}{3}$, का औसत ज्ञात करो।

हल : $\frac{5}{1} + 4\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} + 6\frac{3}{3}$

$= \frac{5}{1} + \frac{13}{3} + \frac{8}{3} + \frac{21}{3}$

$= \frac{5 \times 3}{1 \times 3} + \frac{13 \times 1}{3 \times 1} + \frac{8 \times 1}{3 \times 1} + \frac{21 \times 1}{3 \times 1}$

$= \frac{15 + 13 + 8 + 21}{3} = \frac{57}{3} \div 4$

$= \frac{57}{3} \div \frac{4}{1}$ (व्युत्क्रमानुपाति)

$= \frac{57 \times 1}{3 \times 4} = \frac{57}{12}$

$= 4.75$

अभ्यास : 14

(1) एक हाफ़िज़े-क़ुरआन तरावीह की नमाज़ में 20 दिनों में क़ुरआन मजीद सुनाना चाहते हैं। बताओ, हाफ़िज़ साहब प्रतिदिन औसतन कितने पारे पढ़ेंगे ? यह तो तुम जानते ही हो कि क़ुरआन मजीद में कुल 30 पारे हैं।

(2) अकरम ने उर्दू में 85, गणित में 20, विज्ञान में 86 और दीनियात (धर्मशास्त्र) में 25 नम्बर प्राप्त किए। बताओ, अकरम ने औसतन कितने नम्बर हासिल किए ?

(3) एक साइकिल-सवार ने मैदानी इलाक़े में 6 किलोमीटर की दूरी 5 घंटे में और पहाड़ी इलाक़े में 8 किलोमीटर की दूरी 2 घंटे में तय की। बताओ, इस पूरे सफ़र की औसत रफ़्तार क्या हुई ?

(4) एक परिवार के 5 महीने का ख़र्च इस प्रकार है। औसत मासिक ख़र्च ज्ञात करो:

महीने	अप्रैल	मई	जून	जूलाई	अगस्त
ख़र्च (रुपयों में)	5500	5600	5000	7300	7000

(5) निम्नांकित का औसत ज्ञात करो :

$4\frac{1}{6}$, $5\frac{1}{6}$, $2\frac{1}{6}$, $3\frac{1}{6}$, और 7

अध्याय : 15

समय, दूरी और गति

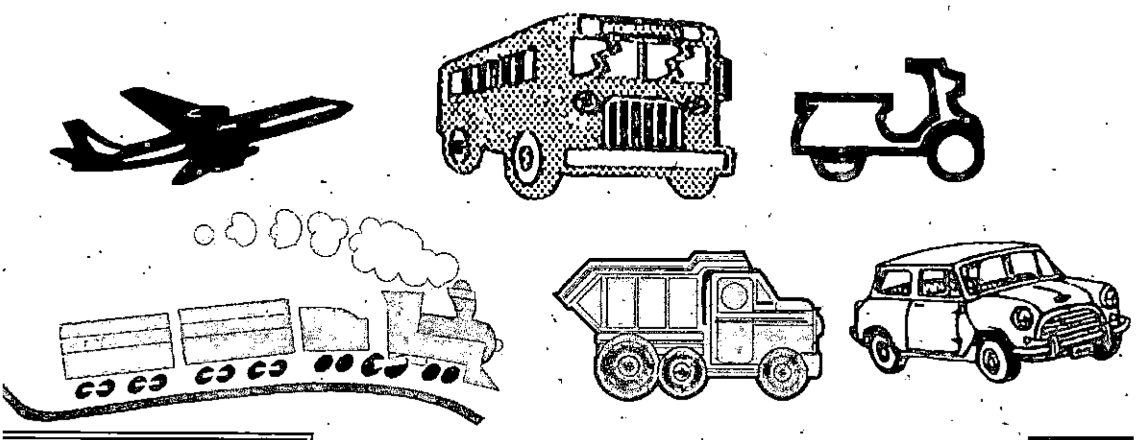
(Time, Distance and speed)

आजकल एक जगह से दूसरी जगह का सफ़र करना बहुत आसान हो गया है। हमारे पास ातायात के विभिन्न साधन मौजूद हैं। पहले हम जिस दूरी को महीनों और दिनों में तय करते थे, उस ी को आज हम इन साधनों की मदद से घंटों में तय कर लेते हैं।

पहले ज़माने में लोग एक जगह से दूसरी जगह जाने के लिए या तो पैदल सफ़र करते थे या ग्र बैलगाड़ी या घोड़ागाड़ी आदि का इस्तेमाल करते थे। आज तेज़ रफ़्तार सवारियों पर सफ़र करके ादमी चन्द घंटों में एक देश से दूसरे देश तक का सफ़र कर सकता है। एक जगह से दूसरी जगह जाने लिए आज इनसानों के पास तीव्र से तीव्रतर साधन मौजूद हैं। इन्हीं तीव्रगामी साधनों की वजह से ासानों का चाँद पर जाना संभव हुआ है। जिन साधनों का इस्तेमाल हम एक जगह से दूसरी जगह ाने के लिए करते हैं, वे हैं– साइकिल, मोटर साइकिल, स्कूटर, कार, बस, जीप, रेलगाड़ी और वाई जहाज़ इत्यादि।

एक जगह से दूसरी जगह जाने में जो चीज़ें शामिल होती हैं, वे हैं – समय, दूरी और गति।

कल्पना करो कि कार के ज़रीए एक जगह से दूसरी जगह जाना है, तो कार जितना फ़ासला तय रेगी उसे **दूरी** कहेंगे। उस दूरी को तय करने में जितनी देर लगेगी उसे **समय** कहेंगे। और कार जिस ाल से चलेगी उसे **गति** कहेंगे।



गति (Speed)

$$\text{गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} \qquad \text{Speed} = \frac{\text{Distance}}{\text{Time}} \qquad S = \frac{D}{T}$$

उदाहरण (1) : एक बस 400 किलोमीटर की दूरी 8 घंटे में तय करती है। बस की गति प्रति घं
मालूम करो।

हल : बस के ज़रीए तय की गई दूरी = 400 किलोमीटर

इस दूरी को तय करने में लगा समय = 8 घंटे

$$\text{गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{\overset{50}{\cancel{400}} \text{ किलोमीटर}}{\underset{1}{\cancel{8}} \text{ घंटे}}$$

= 50 किलोमीटर प्रति घंटा

उदाहरण (2) : नदीम प्रतिदिन 3 किलोमीटर पैदल चलता है। इस दूरी को वह $\frac{1}{2}$ घंटे में तय करत
है। उसकी गति प्रति घंटा मालूम करो।

दूरी = 3 किलोमीटर

समय = $\frac{1}{2}$ घंटा

$$\text{गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{3 \text{ किलोमीटर}}{\frac{1}{2} \text{ घंटे}}$$

= 3 × 2 किलोमीटर प्रति घंटा

= 6 किलोमीटर प्रति घंटा

दाहरण (3) : राजधानी एक्सप्रेस नई दिल्ली और कानपुर के बीच 504 किलोमीटर की दूरी 4 घंटे 30 मिनट में तय करती है। उसकी गति किलोमीटर प्रति घंटा मालूम करो।

$$\text{गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{504 \text{ किलोमीटर}}{4\frac{1}{2} \text{ घंटे}}$$

$$= \frac{504 \text{ किलोमीटर}}{4.5 \text{ घंटा}}$$

$$= \frac{\overset{112}{\cancel{\overset{1008}{\cancel{5040}}}} \text{ किलोमीटर}}{\underset{1}{\cancel{\underset{9}{\cancel{45}}}} \text{ घंटे}}$$

$$= 112 \text{ किलोमीटर प्रति घंटा}$$

अत: राजधानी एक्सप्रेस की गति = 112 किलोमीटर प्रति घंटा

गति की इकाई

तुम्हें मालूम है कि दूरी को समय से भाग करने पर गति मालूम होती है।

$$\boxed{\text{गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}}$$

दूरी की इकाई **किलोमीटर** और **मीटर** है। इसी तरह **समय** की इकाई **मिनट** और **सेकंड** है। सी लिए गति की इकाई किलोमीटर प्रति घंटा, किलोमीटर प्रति मिनट और किलोमीटर प्रति सेकंड या ीटर प्रति घंटा, मीटर प्रति मिनट या मीटर प्रति सेकंड होती है।

अब इकाई के परिवर्त्तन से संबंधित कुछ प्रश्नों पर ध्यान दो।

उदाहरण (1) : एक कार की गति 45 किलोमीटर प्रति घंटा है। उसकी गति मीटर प्रति मिनट औ मीटर प्रति सेकंड में मालूम करो।

हल : तुम जानते हो कि

1 किलोमीटर = 1000 मीटर

1 घंटा = 60 मिनट

= 60 × 60 सेकंड

कार की गति = 45 किलोमीटर प्रति घंटा

$$= \frac{\overset{3}{\cancel{45}} \times \overset{250}{\cancel{1000}} \text{ मीटर}}{1 \times \underset{4}{\cancel{60}} \text{ मिनट}} = \frac{750 \text{ मीटर}}{1 \text{ मिनट}}$$

= 750 मीटर प्रति मिनट

अब चूँकि

$$= \frac{750 \text{ मीटर}}{1 \text{ मिनट}}$$

$$= \frac{\overset{25}{\cancel{750}} \text{ मीटर}}{1 \times \underset{2}{\cancel{60}} \text{ सेकंड}}$$

$$= \frac{25 \text{ मीटर}}{2 \text{ सेकंड}}$$

= 12.5 मीटर प्रति सेकंड

इसलिए कार की गति 750 मीटर प्रति मिनट या 12.5 मीटर प्रति सेकंड होगी।

किलोमीटर प्रति घंटा को मीटर प्रति सेकंड में बदलने के लिए $\frac{5}{18}$ से गुणा करते हैं।

उदाहरण (2) : एक रेलगाड़ी की गति 20 मीटर प्रति सेकंड है। उसकी गति किलोमीटर प्रति घंटा में बताओ।

हल : एक सेकंड में रेल की तय की हुई दूरी = 20 मीटर

1 घंटा (अर्थात् 3600 सेकंड) में रेल द्वारा तय की हुई दूरी	=	3600 × 20 मीटर
	=	72000 मीटर
इसलिए 1 घंटा में रेल द्वारा तय की हुई दूरी	=	72000 मीटर
	=	$\frac{72000}{1000}$ किलोमीटर
इसलिए रेल की गति 72 किलोमीटर प्रति घंटा है।	=	72 किलोमीटर

अभ्यास : 15.1

(1) एक हवाई जहाज़ 2 घंटे 30 मिनट में 2000 किलोमीटर की दूरी तय करता है, तो उसकी गति मालूम करो।

(2) एक व्यक्ति 5 मिनट में 50 मीटर की दूरी तय करता है। उसकी गति किलोमीटर प्रति घंटा में मालूम करो।

(3) एक स्टेशन से दूसरे स्टेशन तक पहुँचने में एक रेलगाड़ी 6 घंटे 40 मिनट का समय लेती है। अगर दोनों स्टेशनों के बीच की दूरी 390 किलोमीटर हो तो रेलगाड़ी की गति मालूम करो।

(4) रियाज़ और ज़ुनैद अपने-अपने ऑफ़िस जाने के लिए कार इस्तेमाल करते हैं। रियाज़ 30 मिनट में 50 किलोमीटर की दूरी तय करता है, जबकि ज़ुनैद 2 मिनट में 4 किलोमीटर की दूरी तय करता है। बताओ, इन दोनों में कौन कार तेज़ चलाता है ?

(5) एक कार की गति 20 मीटर प्रति सेकंड है। बताओ, उसकी किलोमीटर प्रति घंटा गति क्या है ?

समय मालूम करना जबकि दूरी और गति मालूम हो

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{गति}}$$

उदाहरण (1) : नदीम के घर से स्कूल 400 मीटर दूर है। अगर वह 50 मीटर प्रति मिनट की गति से चले तो उसे स्कूल पहुँचने में कितना समय लगेगा ?

हल : पहली विधि : फ़ार्मूले के अनुसार

दूरी = 400 मीटर

गति = 50 मीटर प्रति मिनट

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{गति}}$$

$$= \frac{400 \text{ मीटर}}{50 \text{ मीटर प्रति मिनट}}$$

= 8 मिनट

दूसरी विधि : ऐकिक नियम के अनुसार

50 मीटर की दूरी तय करने में लगा समय = 1 मिनट में

1 मीटर की दूरी तय करेगा = $\frac{1}{50}$ मिनट में

400 मीटर की दूरी तय करेगा = $400 \times \frac{1}{50}$ मिनट में

= 8 मिनट में।

अभ्यास : 15.2

(1) एक हवाई जहाज़ की गति 900 किलोमीटर प्रति घंटा है। बताओ 4500 किलोमीटर की दूरी तय करने में उसे कितना समय लगेगा ?

(2) एक साइकिल-सवार की गति 6 किलोमीटर प्रति घंटा है। उसे 33 किलोमीटर की दूरी पर स्थित एक गाँव तक पहुँचने में कितना समय लगेगा ?

(3) एक रेलगाड़ी की गति 80 किलोमीटर प्रति घंटा है। अगर दिल्ली और पटना के बीच की दूरी 1000 किलोमीटर हो तो दिल्ली से पटना तक की यात्रा में रेलगाड़ी को कितना समय लगेगा ?

(4) 42 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ़्तार से एक स्कूटर को 35 किलोमीटर तक की दूरी तय करने में कितना समय लगेगा ?

(5) अकरम ने 5 किलोमीटर की दौड़ में हिस्सा लिया। अगर उसकी रफ़्तार 100 मीटर प्रति मिनट है तो उसे दौड़ने में कितना समय लगेगा ?

दूरी मालूम करना जबकि समय और गति मालूम हो।

दूरी = गति × समय

Distance = Speed x Time

D = S x T

याद रखो : अगर गति प्रति मिनट या प्रति सेकंड में हो तो समय को भी मिनट या सेकंड में बदल लिया जाता है। दूरी को आम तौर पर किलोमीटर या मीटर में प्रकट किया जाता है।

उदाहरण (1) : अगर एक बस की गति 70 किलोमीटर प्रति घंटा हो तो वह 5 घंटे में कितनी दूर तय करेगी ?

हल : पहली विधि : बस की गति = 70 किलोमीटर प्रति घंटा

यानी एक घंटे में बस द्वारा तय की गई दूरी = 70 किलोमीटर

इसलिए 5 घंटे में तय की गई दूरी = 70 × 5 किलोमीटर

= 350 किलोमीटर

दूसरी विधि : दूरी = गति × समय

= 70 किलोमीटर × 5 घंटे

= 350 किलोमीटर

उदाहरण (2) : एक ट्रक की गति 60 किलोमीटर प्रति घंटा है। उसे दिल्ली से अम्बाला तक पहुँचने में 3 घंटे 20 मिनट लगते हैं। तो बताओ अम्बाला दिल्ली से कितनी दूर है ?

हल : गति = 60 किलोमीटर प्रति घंटा

समय = 3 घंटे 20 मिनट

= 3 घंटे और $\frac{20}{60}$ घंटे

= $3\frac{1}{3}$ घंटे

= $\frac{10}{3}$ घंटे

दूरी = गति × समय

= 60 किलोमीटर × $\frac{10}{3}$ घंटे

= 200 किलोमीटर

इसलिए दिल्ली से अम्बाला तक की दूरी 200 किलोमीटर है।

अभ्यास : 15.3

1. एक हवाई जहाज़ की चाल 600 किलोमीटर प्रति घंटा है। वह दिल्ली से चण्डीगढ़ पहुँचने में 25 मिनट लेता है। बताओ दिल्ली से चण्डीगढ़ कितनी दूर है ?

2. मुझे अपने घर से एक दोस्त के घर तक जाने में 22 मिनट लगते हैं। अगर मेरी चाल 75 मीटर प्रति मिनट हो तो मेरे दोस्त का घर मेरे घर से कितनी दूरी पर है ?

3. अगर एक कार की गति 80 किलोमीटर प्रति घंटे है तो 5 घंटे 30 मिनट में वह कितनी दूरी तय करेगी ?

4. साजिद स्कूटर पर अपने घर से कॉलेज जाता है। स्कूटर की गति 35 किलोमीटर प्रति घंटा है। अगर उसे कॉलेज तक पहुँचने में 20 मिनट लगते हैं तो बताओ कॉलेज उसके घर से कितनी दूरी पर है ?

5. एक व्यक्ति ने 5 घंटे बस से और 2 घंटे साइकिल से सफ़र किया। अगर बस की चाल 42 किलोमीटर प्रति घंटा और साइकिल की चाल 10 किलोमीटर प्रति घंटा हो तो बताओ उसने कुल कितने किलोमीटर की दूरी तय की ?

4622047999 एक ऐसी संख्या है कि अगर इसे 10 से भाग दें तो शेष 9 बचता है, 9 से भाग दें तो 8 बचता है, 8 से भाग दें तो 7 बचता है, 7 से भाग दें तो 6 बचता है। इसी तरह 2 से भाग दें तो 1 बचता है। भाग देकर तुम स्वयं देखो।

अध्याय : 16

लाभ और हानि
(Profit and Loss)

आम तौर से हम दैनिक आवश्यकता की चीज़ें क़रीब की दुकान से ख़रीदते हैं। व्यापारी या दुकानदार ये चीज़ें कहीं और से ख़रीदकर लाता है और फिर इन्हें हमारे हाथों बेचता है। इस व्यापार में उसे कभी लाभ होता है और कभी हानि होती है।

नीचे के उदाहरणों को ध्यान से देखो :

उदाहरण (1) : एक दुकानदार ने एक क़लम 10 रुपये में ख़रीदी और उसे 12 रुपये में बेच दिया। बताओ उसे लाभ हुआ या हानि हुई ? लाभ हुआ तो कितना या हानि हुई तो कितनी ?

हल : क्रय-मूल्य (Cost Price) = 10 रुपये

विक्रय-मूल्य (Selling Price) = 12 रुपये

विक्रय-मूल्य, क्रय-मूल्य से अधिक है, इसलिए दुकानदार को लाभ हुआ।

लाभ= विक्रय-मूल्य – क्रय-मूल्य = 12 – 10 रुपये = 2 रुपये

लाभ = 2 रुपये

लाभ और हानि से संबंधित क्रय-विक्रय के उदाहरणों को हल करने से पहले निम्नलिखित बातों को अच्छी तरह समझ लो :

(i) जिस मूल्य पर कोई चीज़ ख़रीदी जाती है, वह उस चीज़ का क्रय-मूल्य (Cost Price) कहलाता है।

(ii) जिस मूल्य पर कोई चीज़ बेची जाती है, वह उस चीज़ का विक्रय-मूल्य (Selling Price) कहलाता है।

(iii) अगर व्यापारी किसी चीज़ को क्रय-मूल्य से अधिक दाम पर बेचता है तो उसे लाभ (Profit) कहा जाता है।

लाभ = विक्रय-मूल्य – क्रय – मूल्य
(Profit = Selling Price – Cost Price)

(iv) अगर व्यापारी किसी चीज़ को क्रय-मूल्य से कम दाम पर बेचता है तो उसे हानि कहा जाता है।

हानि = क्रय-मूल्य – विक्रय-मूल्य
(Loss = Cost Price – Selling Price)

उदाहरण (1) : आतिफ़ ने एक रेडियो 425 रुपये में ख़रीदा और उसे 500 रुपये में बेच दिया। बताओ आतिफ़ को कितना लाभ या हानि हुई ?

हल : रेडियो का क्रय-मूल्य = 425 रुपये

रेडियो का विक्रय-मूल्य = 500 रुपये

विक्रय-मूल्य, क्रय-मूल्य से अधिक है, इसलिए लाभ होगा।

लाभ = विक्रय-मूल्य – क्रय-मूल्य

= 500 रुपये – 425 रुपये

= 75 रुपये

आतिफ़ को 75 रुपये का लाभ हुआ।

उदाहरण (2) : एक दुकानदार ने एक टी.वी. 15,000 रुपये में ख़रीदा और मूल्य घट जाने के कारण उसे 13500 रुपये में बेचा। बताओ दुकानदार को कितना लाभ या हानी हुई ?

हल : क्रय-मूल्य = 15,000 रुपये

विक्रय-मूल्य = 13,500 रुपये

विक्रय-मूल्य, क्रय-मूल्य से कम है, इसलिए हानि हुई।

हानि = क्रय-मूल्य – विक्रय-मूल्य

= 15,000 रुपये – 13,500 रुपये

= 1,500 रुपये

इस तरह दुकानदार को 1,500 रुपये की हानि हुई।

अभ्यास : 16.1

1. एक दुकानदार ने 1350 रुपये में एक साइकिल ख़रीदी। उसे 1540 रुपये में बेच दिया। बताओ उसे कितना लाभ हुआ ?

2. एक व्यापारी ने एक सोफ़ा सेट 3520 रुपये में ख़रीदा। दुकान तक लाने में उसे 60 रुपये ख़र्च करने पड़े। उस सोफ़ा सेट को उसने 3975 रुपये में बेचा। उसे कितना लाभ हुआ ?

3. एक फलवाले ने 25 दर्जन केले 200 रुपये में ख़रीदे। उसने उन केलों को 9 रुपये प्रति दर्जन के भाव से बेचा, तो उसे कितना लाभ हुआ?

4. एक दुकानदार ने 15 मेज़ें 150 रुपये प्रति मेज़ के हिसाब से और 20 कुर्सियाँ 130 रुपये प्रति कुर्सी के हिसाब से ख़रीदीं और उन मेज़ों और कुर्सियों को 140 रुपये प्रति सामान के एक समान मूल्य से बेचा। दुकानदार को कितना लाभ या हानि हुई ?

5. एक बेईमान दुकानदार ने 80 लीटर दूध 14.50 रुपये प्रति लीटर के हिसाब से ख़रीदा और उसमें 10 लीटर पानी मिला दिया। उसने पानी मिले दूध को 16 रुपये प्रति लीटर के हिसाब से बेच दिया। बताओ दुकानदार को कितना लाभ हुआ ?

हानि ज्ञात करना जबकि क्रय-मूल्य और विक्रय-मूल्य ज्ञात हो

दाहरण (1) : एक दुकानदार ने एक टेलीफ़ोन 875 रुपये में ख़रीदा और उसको 815 रुपये में बेचा। बताओ उस व्यापारी को कितनी हानि हुई ?

ल : हानि = क्रय-मूल्य – विक्रय-मूल्य

= 875 रुपये – 815 रुपये

= 60 रुपये

दुकानदार को 60 रुपये की हानि हुई।

दाहरण (2) : ख़ालिद ने एक साइकिल 1525 रुपये में ख़रीदी और उसकी मरम्मत पर 75 रुपये ख़र्च किए। फिर उसे 1590 रुपये में बेच दिया। बताओ ख़ालिद को लाभ हुआ या हानि हुई और कितनी ?

ल : साइकिल का क्रय-मूल्य = 1525 रुपये

मरम्मत का ख़र्च = 75 रुपये

कुल क्रय-मूल्य = 1525 + 75 रुपये

= 1600 रुपये

विक्रय-मूल्य = 1590 रुपये

चूँकि क्रय-मूल्य विक्रय-मूल्य से अधिक है, इसलिए हानि हुई।

हानि = क्रय-मूल्य – विक्रय-मूल्य

= 1600 रुपये – 1590 रुपये = 10 रुपये

ख़ालिद को 10 रुपये की हानि हुई।

अभ्यास : 16.2

1. ज़ीशान ने कुछ सामान 325 रुपये में ख़रीदा और उसे 295 रुपये में बेच दिया। बताओ उसे कितना लाभ या कितनी हानि हुई ?

2. एक सब्ज़ीफ़रोश ने कुछ सब्ज़ी 120.25 रुपये में ख़रीदी और उसे 109.75 रुपये में बेच दी बताओ उसे कितनी हानि हुई ?

3. एक व्यापारी ने 500 रुपये के 25 किलोग्राम आम ख़रीदे। उनमें से दो किलोग्राम आम ख़राब हो गए। बाक़ी आम उसने 23 रुपये प्रति किलोग्राम की दर से बेच दिए तो बताओ उसे कितना लाभ हुआ या कितनी हानि हुई ?

4. एक दुकानदार ने 50 बल्ब 475 रुपये में ख़रीदे। उनमें से 30 बल्ब 9 रुपये प्रति बल्ब की दर से और 20 बल्ब 10 रुपये प्रति बल्ब की दर से बेच दिए तो बताओ उसे कितना लाभ हुआ या कितनी हानि हुई ?

5. एक फलवाले ने 20 दर्जन सन्तरे 6 रुपये प्रति दर्जन की दर से ख़रीदे और 12 रुपये प्रति कोड़ी के हिसाब से बेच दिए। बताओ उसे कितना लाभ या कितनी हानि हुई ? (1 कोड़ी = 20)

अध्याय : 17

डाकघर का कारोबार

Postal Service

विभिन्न आवश्यकताओं के तहत संदेशों और सूचनाओं को एक स्थान से दूसरे स्थान तक पहुँचाया जाता है। सूचना और संदेश भेजने का यह काम डाक-तार विभाग करता है, जो केन्द्र सरकार का प्रक्रम है। अब यह काम निजी कम्पनियों को भी सीमित पैमाने पर दिया गया है। इसे 'कुरियर सर्विस, कहते हैं।

विज्ञान की प्रगति के परिणामस्वरूप संदेश भेजने के नए-नए और तीव्रतम साधनों का आविष्कार होता जा रहा है। देश के अन्दर डाक से भेजे गए पत्र सामान्यत: एक सप्ताह के अन्दर पहुँच जाते हैं। स्पीड पोस्ट या कुरियर के द्वारा दूसरे या तीसरे दिन पत्र देश के विभिन्न हिस्सों में पहुँचाए जाते हैं। टेलीफ़ोन, फ़ैक्स, ई-मेल (Electronic Mail) के द्वारा संदेश या सूचना सेकंडों में संसार के विभिन्न भागों में पहुँच जाती है। विदेशी डाक हवाई जहाज़ या समुद्री जहाज़ से भेजी जाती है। हवाई डाक पर बहुत ख़र्च आता है। इसलिए पत्र तो आम तौर पर हवाई जहाज़ से भेज दिए जाते हैं, लेकिन पार्सल और भारी पैकेट समुद्री डाक से भेजे जाते हैं। समुद्री डाक पर हवाई जहाज़ की तुलना में कम ख़र्च आता है।

डाक और तार की दरें एक समान नहीं रहतीं, समय-समय पर बदलती रहती हैं, जिनकी घोषणा समाचार-पत्रों और संचार के अन्य माध्यमों से होती रहती है। निकट के डाकघरों से भी डाक सेवा के सम्बन्ध में आवश्यक जानकारी हासिल हो सकती है।

साधारण डाक

साधारण डाक के लिए पोस्टकार्ड, अन्तरदेशीय-पत्र और लिफ़ाफ़े इत्यादि इस्तेमाल किए जाते हैं। ये चीज़ें निर्धारित मूल्य पर डाक घर से प्राप्त की जा सकती हैं। पोस्टकार्ड और अन्तरदेशीय-पत्र ही पर हम विषय-वस्तु लिख देते हैं। अन्तरदेशीय-पत्र में कोई दूसरा काग़ज़

नहीं रखा जा सकता है। अधिक विस्तार से लिखना हो तो अलग काग़ज़ पर विषय-वस्तु लिखकर उसे लिफ़ाफ़े में बन्द करके भेजा जाता है। डाकघर में मिलनेवाले लिफ़ाफ़े के अतिरिक्त छोटे-बड़े आकार के दूसरे लिफ़ाफ़े भी इस्तेमाल किए जा सकते हैं। लिफ़ाफ़े और पत्र की विषय-वस्तुवाले काग़ज़ के भार के अनुसार लिफ़ाफ़े पर डाक टिकट लगाए जाते हैं। डाकघर में विभिन्न मूल्यों के डाक टिकट भी मिलते हैं। टिकट न लगाने की स्थिति में प्रेषित (पत्र पानेवाले) को डाक का ख़र्च जुर्माने के साथ अदा करना होता है। छपी हुई किताबों, पत्रिकाओं और समाचार-पत्रों पर कम मूल्य के टिकट लगाए जाते हैं। इसमें सरकार की ओर से छूट दी जाती है।

डाकघर में मिलनेवाली वस्तुओं के 2009 ई. के मूल्य

पोस्ट कार्ड 50 पैसे में, अन्तरदेशीय पत्र 2 रुपये 50 पैसे (2.50 रुपये) में और लिफ़ाफ़े 5 रुपये में मिलते हैं। डाकघर में रसीदी टिकट भी मिलते हैं। इन टिकटों का इस्तेमाल डाकघर के द्वारा भेजे जानेवाले पत्रों में नहीं किया जाता, बल्कि किसी राशि की रसीद पर किया जाता है।

लिफ़ाफ़े में रखे हुए पत्र की विषय-वस्तुवाले काग़ज़ और लिफ़ाफ़े का भार 20 ग्राम से अधिक हो तो प्रत्येक अतिरिक्त 20 ग्राम या उसके अंश के लिए 5 रुपये के अतिरिक्त टिकट लगाने पड़ते हैं।

डाक की दर सामान्यतः समय-समय पर बदलती रहती है।

उदाहरण (1) : 10 पोस्टकार्ड, 15 अन्तरदेशीय-पत्र और 20 लिफ़ाफ़े का कुल मूल्य क्या होगा ? (जबकि एक पोस्टकार्ड का मूल्य 50 पैसे, एक अन्तरदेशीय-पत्र 2.50 रुपये और एक लिफ़ाफ़े का मूल्य 5 रुपये है।)

हल : 10 पोस्ट कार्ड का मूल्य = 10 × 50 पैसे

= 500 पैसे = 5 रुपये

15 अन्तरदेशीय पत्र का मूल्य = 15 × 2.50 पैसे

= 37.50 रुपये

20 लिफ़ाफ़ों का मूल्य = 20 × 5 रुपये

= 100 रुपये

हल : 10 पोस्ट कार्ड, 15 अन्तरदेशीय पत्र और 20 लिफ़ाफ़ों का मूल्य

= 5.00 + 37.50 + 100.00 रुपये

= 142.50 रुपये या 142 रुपये 50 पैसे

उदारहण (2) : अहमद ने अपने पिता को जो लिफ़ाफ़ा भेजा वह सादा लिफ़ाफ़ा था और उसका भार 55 ग्राम था। बताओ कि अहमद ने इसपर कितने मूल्य के टिकट लगाए होंगे ?

हल : डाकघर के नियम के अनुसार प्रत्येक 20 ग्राम या अंश पर 5 रुपये के टिकट लगाए जाएँगे।

इस तरह पहले 20 ग्राम पर 5 रुपये

दूसरे 20 ग्राम पर 5 रुपये

शेष 15 ग्राम पर 5 रुपये

55 ग्राम = 20 ग्राम + 20 ग्राम + 15 ग्राम

अर्थात् 55 ग्राम पर तीन अंश बने

इस तरह अहमद ने लिफ़ाफ़े पर 3 × 5 = 15 रुपये के टिकट लगाए होंगे।

अभ्यास : 17.1

डाक की वर्तमान क़ीमतें मालूम करके निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए :

1. 8 पोस्ट कार्ड, 3 अन्तरदेशीय-पत्र और 7 लिफ़ाफ़ों का कुल मूल्य क्या होगा ?
2. 20 रुपये में अधिक-से-अधिक कितने पोस्टकार्ड मिलेंगे और कितने रुपये या पैसे बचेंगे ?
3. एक लिफ़ाफ़े में रखे हुए पत्र का भार 65 ग्राम हो तो बताओ उसपर कितने मूल्य के टिकट लगाने होंगे ?

4. 13 पोस्टकार्ड और 8 लिफ़ाफ़ों का कुल मूल्य क्या होगा ?

5. एक समाचार-पत्र के सम्पादक ने अपने ऑफ़िस के एक कर्मचारी को 300 रुपये दिए और 40 लिफ़ाफ़े, 10 अन्तरदेशीय-पत्र और 25 पोस्टकार्ड मँगवाए। बताओ कितने रुपये शेष बचेंगे ?

6. मर्कज़ी मक्तबा इस्लामी पब्लिशर्स, दिल्ली ने डाक-लिफ़ाफ़ों के द्वारा देश के 75 पुस्तक-व्यापारियों को किताबों के बिल रवाना किए। बताओ उसपर कितना डाक-ख़र्च आया होगा ?

7. एक स्कूल ने नौकरी के इच्छुक 50 उम्मीदवारों को इंटरव्यू में शामिल होने के लिए पत्र लिखे और उन्हें डाक-लिफ़ाफ़ों में बन्द करके उम्मीदवारों के पतों पर भेजा बताओ उस स्कूल को कुल कितना डाक ख़र्च अदा करना पड़ा ?

8. सलीम ने एक बाल-पत्रिका के लिए एक आलेख रवाना किया। लिफ़ाफ़े का भार 30 ग्राम था। बताओ उसपर कितने मूल्य के टिकट लगाए गए होंगे ?

9. रफ़ीक़ अहमद ने 10 रिश्तेदारों को लिफ़ाफ़े के बजाय पोस्टकार्ड रवाना किए। बताओ रफ़ीक़ अहमद ने कितने राशि की बचत की ?

तार (Telegram)

सन्देश भेजने का एक तीव्र साधन टेलीग्राम है। टेलीग्राम आफ़िस से या पोस्ट आफ़िस से छपा हुआ फ़ार्म हासिल करके उसपर भेजनेवाले का पता, पानेवाले का पता और जो संदेश भेजना हैं उसको कम-से-कम शब्दों में लिखा जाता है। हमारे देश में केवल अंग्रेज़ी या हिन्दी भाषा में तार की विषय-वस्तु लिखी जा सकती है। शब्दों की संख्या पर तार भेजने का ख़र्च निर्भर करता है। लेकिन अब तार भेजने का प्रचलन समाप्त होता जा रहा है । इसकी जगह ई-मेल एसएमएस, टेलीफ़ोन इत्यादि ने ले ली है।

तार के दो प्रकार हैं। एक साधारण और दूसरा तीव्रगामी (या एक्सप्रेस)। तीव्रगामी (या एक्सप्रेस) तार में अधिक ख़र्च आता है। तार से शादी या ख़ुशी के मौक़े पर मुबारकबाद और ग़म के मौके पर शोक-संदेश भेजे जाते हैं। इन संदेशों के लिए डाक विभाग ने कुछ विशेष वाक्य बना रखे हैं और प्रत्येक वाक्य के लिए नम्बर निश्चित कर दिए हैं। टेलीग्राम करनेवाले को पूरी विषय-वस्तु लिखने की ज़रूरत नहीं होती। वह अपने संदेशों के अनुरूप केवल नम्बर डाल देता है। इस तरह पूरे सन्देश का केवल एक शब्द गिना जाता है। और ख़र्च कम होता है। टेलीग्राम देते समय सन्देश निर्धारित नम्बर टेलीग्राम फ़ार्म पर अंकित कर दिया जाता है। सन्देशों के उन वाक्यों की जानकारी डाकघरों से प्राप्त की जा सकती है। कुछ डायरियों में भी ये वाक्य तथा डाक-संबंधी अन्य जानकारियाँ लिखी रहती हैं।

टेलीग्राम की दरें

साधारण टेलीग्राम	एक्सप्रेस टेलीग्राम
पहले दस शब्द तक 3.50 रुपये प्रत्येक अतिरिक्त शब्द पर 50 पैसे	पहले दस शब्दों तक 7.00 रुपये प्रत्येक अतिरिक्त शब्द पर एक रुपया

फ़ोनोग्राम

फ़ोन द्वारा भी टेलीग्राम किया जा सकता है। ऐसी स्थिति में फ़ोन के द्वारा संदेश नोट कराया जाता है। इसको फ़ोनोग्राम कहते हैं। इसके लिए 2.00 रुपये अतिरिक्त देने पड़ते हैं, जो विभाग टेलीफ़ोन के बिल में शामिल कर देता है। आजकल फैक्स तथा ई-मेल द्वारा सन्देश भेजे जाते हैं।

मनीऑर्डर

पत्रों के अलावा रुपये भी डाक से भेजे जाते हैं। निर्धारित फ़ार्म पर रुपये लिखकर प्रेषक (भेजनेवाले) प्रेषित (पानेवाले) के अक्षरों में नाम और पते स्पष्ट लिखे जाते हैं। नीचे संक्षिप्त संदेश लिखने के लिए जगह होती है। निर्धारित फ़ार्म मूल्य देकर डाकघर से प्राप्त किया जा सकता है। जितनी राशि भेजनी हो उसी के अनुसार उसका ख़र्च कमीशन के रूप में देना होता है। अगर तुरन्त राशि भेजनी हो तो तार मनीऑर्डर किया जा सकता है। इसमें कमीशन की राशि अधिक देनी पड़ती है।

मनीऑर्डर की राशि 2008 की दर : 20 रुपये पर एक रुपया कमीशन

अभ्यास : 17.2

1. शकील ने अपनी सफलता की सूचना 13 शब्दों में साधारण टेलीग्राम के द्वारा अपने पिताजी को दी। बताइए शकील ने डाकघर विभाग को कितनी राशि अदा की ?

2. तारिक़ ने अपने दोस्त की सफलता पर मुबारकबाद का एक एक्सप्रेस टेलीग्राम भेज जिसमें 15 शब्द प्रयुक्त हुए। बताओं तारिक़ ने कितनी राशि ख़र्च की ?

3. बिलाल के पिता ने उसे पढ़ाई के ख़र्च के लिए 500 रुपये मनीऑर्डर से भेजे। बताओ उसके पिता ने कितनी राशि मनीऑर्डर भेजने पर ख़र्च की ?

4. सुहैल ने अपने दोस्त की माँ की मृत्यु पर उसे 20 शब्दों का एक एक्सप्रेस टेलीग्राम शोक-संदेश के रूप में भेजा। बताओ उसने (सुहैल ने) कितनी राशि ख़र्च की ?

5. एक पत्रिका के मैनेजर ने इनामी मुक़ाबला जीतनेवाले पाँच छात्रों को प्रति छात्र 200 रुपये पुरस्कार-राशि मनीऑर्डर से भेजी। बताओ उस राशि पर कितना मनीऑर्डर ख़र्च अलग से अदा किया गया ?

6. एक संगठन ने निबन्ध-प्रतियोगिता जीतनेवाले 6 छात्रों को प्रति छात्र 500 रुपये पुरस्कार के रूप में मनीऑर्डर द्वारा भेजे। बताओ मनीऑर्डर फ़ीस पर उसने कुल कितना ख़र्च किया ?

7. एक परीक्षा-परिषद ने मेरिट (Merit) से सफल होनेवाले 10 छात्रों को प्रति छात्र 1000 रुपये मनीऑर्डर से भेजे। बताओ परिषद ने कितनी फ़ीस मनीआर्डर करने पर की अदा की ?

अध्याय : 18

रेलवे समय-सारिणी
(Railway Time Table)

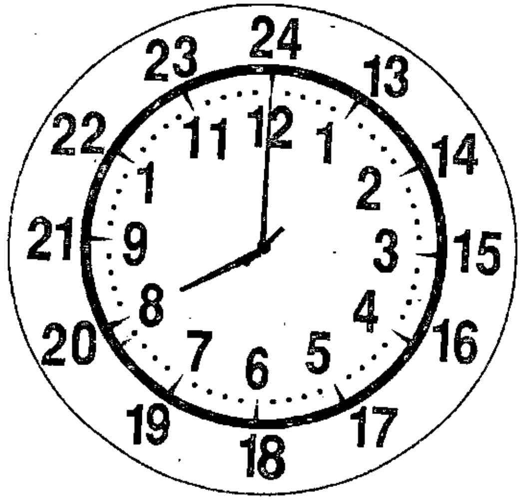
हमारे देश में यात्रियों के आवागमन के लिए बड़े पैमाने पर बस और रेल का इस्तेमाल होता है। देश के अन्दर दूर-दराज़ स्थानों पर जाने के लिए लोग रेल को प्राथमिकता देते हैं। छोटी यात्राओं के लिए बस आदि से यात्रा की जाती है।

भारत में रेलों का जाल बिछा हुआ है और प्रतिदिन लगभग दस हज़ार रेलगाड़ियों का आवागमन रहता है और प्रतिदिन उनमें एक करोड़ दस लाख लोग यात्रा करते हैं। इतने बड़े रेलवे-तंत्र से लाभ उठाने, रेलवे के आवागमन के समय से अवगत कराने के लिए रेलवे विभाग देश और इसके विभिन्न इलाक़ों के लिए अलग-अलग समय-सारिणी (Time Table) प्रकाशित करता है। रेलवे समय-सारिणी (Railway Time Table) सामान्यत: अंग्रेज़ी और हिन्दी भाषाओं में मिलता है। यह उर्दू के अलावा अन्य भारतीय भाषाओं में भी प्रकाशित की जाती है।

रेलवे टाइम टेबुल में न केवल एक जगह से दूसरी जगह तक जाने के लिए गाड़ियों का विवरण अंकित रहता है, बल्कि उनके आने-जाने का समय, विभिन्न स्थानों के बीच की दूरी, किराए की दर, किसी स्थान से आरक्षण की उपलब्धता, खाने-पीने की सुविधाओं और रेलवे के विभिन्न नियमों-उपनियमों का उल्लेख भी होता है।

समय-सारिणी को देखने के लिए कुछ बातों का जानना और उनको ध्यान में रखना ज़रूरी है। रेल, बस और हवाई जहाज़ की समय-सारिणी को देखते समय रात और दिन के समय में अन्तर स्पष्ट करने के लिए 24 घंटेवाली घड़ी का इस्तेमाल किया जाता है।

24 घंटे वाली घड़ी



चौबीस घंटेवाली इस घड़ी को देखो। इस समय इसमें कितने बजे हैं ? निश्चय ही तुम्हारा उत्तर होगा 8 बजे हैं। घड़ी की छोटी सूई 8 पर और बड़ी सूई 12 पर है। दिन के समय हम कहते हैं कि सुबह के 8 बजे हैं और रात के समय कहते हैं, रात के 8 बजे हैं। समयों के इस अन्तर को प्रकट करने के लिए रात 12 बजे के बाद से दिन के 12 बजे तक की अवधि को a.m. (Ante-Meridian) कहा जाता है।

अगर फ़ज्र की नमाज़ तुम सुबह पाँच बजे अदा करते हो तो उसको 5 a.m. कहा जाएगा। और इशा की नमाज़ अगर तुम रात के 8 बजे पढ़ते हो तो उस समय को 8 p.m. (Post-Meridian) कहा जाएगा। दिन के बारह बजे के बाद के समय को हम 1 बजे दिन, 2 बजे दिन और 3 बजे दिन इत्यादि कहते हैं। ताकि समय का निर्धारण हो सके। लेकिन बस, रेलवे और हवाई जहाज़ इत्यादि के टाइम टेबुल में इस कठिनाई को दूर करने के लिए घंटे रात के 12 बजे के बाद से शुरू होकर अगली रात के 12 बजे तक 24 घंटे शुमार होते हैं। दिन के 12 बजे के बाद 1 बजे के बजाय 13 बजते हैं, 2 बजे के बजाय 14 और 3 बजे के बजाय 15। यहाँ तक कि 23 बजकर 59 मिनट तक गिनकर रात के 12 बजे को 24 बजे के बजाय शून्य घंटा (Zero Hour) मान लेते हैं और 12 बजकर '1' मिनट से फिर शून्य घंटा (Zero hour) के साथ मिनट गिनते हैं। घंटा पूरा होने पर '1' बजे शाम जाता है।

अब अगर किसी गाड़ी के आगमन का समय 17 बजकर 15 मिनट लिखा हुआ है तो इसका मतलब शाम के 5 बजकर 15 मिनट, यानि ट्रेन के आगमन का समय सवा पाँच बजे है। इस तरह 20

बजकर 40 मिनट का मतलब रात के 8 बजकर 40 मिनट, 23 बजकर 10 मिनट का मतलब रात के 11 बजकर 10 मिनट और शून्य के साथ 25 मिनट (00.25) का मतलब है रात के 12 बजकर 25 मिनट।

उदाहरण : 12 घंटे की घड़ी को सामने रखकर पाँचों वक़्त की नमाज़ों के समयों को लिखो और इसके साथ 24 घंटेवाली घड़ी को भी सामने रखकर उन समयों को लिखो।

12 घंटे की घड़ी के अनुसार लिखे जानेवाले समयों के साथ a.m. या p.m. भी लिखो।

हल : निम्नांकित ख़ानों के अनुसार तीन कॉलम बनाकर इस सवाल को हल किया जा सकता है-

पहले ख़ाने में नमाज़ों के नाम, दूसरे ख़ाने में 12 घंटेवाली घड़ी के अनुसार समय और तीसरे ख़ाने में 24 घंटे वाली घड़ी के अनुसार समय अंकित किए जाएंगे।

क्रमांक	नमाज़ों के नाम	12 घंटे की घड़ी के अनुसार	24 घंटे की घड़ी के अनुसार
1	फ़ज्र	5.30 a.m.	05.30
2	ज़ुहर	1.30 p.m.	13.30
3	अस्र	5.30 p.m.	17.30
4	मग़रिब	7.00 p.m.	19.00
5	इशा	9.00 p.m.	21.00

(नमाज़ के ये वक़्त दिल्ली के लिए सितम्बर महीने के हैं।)

तुमने ग़ौर किया होगा कि रात 12 बजे के बाद शुरू होकर अगले दिन दोपहर 12 बजे से पहले तक के समय दोनों घड़ियों में एक जैसे होते हैं। हाँ, दिन में 12 बजने के बादवाले समय में 24 घंटेवाली घड़ी में और अधिक 12 घंटे जोड़ दिए जाते हैं, जैसे ज़ुहर की नमाज़ के समय 12 घंटेवाली घड़ी में 1.30 p.m., लेकिन 24 घंटेवाली घड़ी में 12 घंटे मिलाकर ज़ुहर का समय 13.30 कर दिया गया है। इसी तरह अस्र, मग़रिब और इशा की नमाज़ों में 12 घंटों की वृद्धि की गई है।

नोट : नमाज़ के समय निश्चित करने के लिए साधारणत: 12 घंटेवाली घड़ी का ही प्रयोग करते हैं।

अभ्यास : 18.1

1. तुम अपने निम्नलिखित दैनिक कार्यों को पहले 12 घंटेवाली घड़ी के अनुसार दर्शाओ। 12 घंटेवाली घड़ी पर a.m. या p.m. भी लिखो।

(i) सुबह जगना

(ii) फ़ज्र की नमाज़ के बाद तिलावत (क़ुरआन-पाठ)

(iii) नाश्ता

(iv) स्कूल जाने का समय

(v) स्कूल से वापसी का समय

(vi) व्यक्तिगत अध्ययन और होम वर्क

(vii) खेल-कूद और मनोरंजन

(viii) रात का खाना

(ix) सोने का समय

2. 24 घंटेवाली घड़ी के निम्नलिखित समय को 12 घंटेवाली घड़ी के अनुसार लिखो :

24 घंटे वाली घड़ी		12 घंटेवाली घड़ी
जैसे	17.00	5.00 p.m.
	20.00	
	22.00	
	14.30	
	16.50	
	19.20	

1. 24 घंटे वाली घड़ी के अनुसार उचित जोड़े लगाओ :

Table A		Table B	
A.	2.30 p.m.	a.	17.20
B.	1.10 p.m.	b.	14.30
C.	11.20 p.m.	c.	13.10
D.	5.20 p.m.	d.	00.40
E.	12.40 a.m.	e.	23.20

2. 24 घंटेवाली घड़ी को सामने रखकर निम्नलिखित ख़ाली जगहों को भरो :

19.00	22.30		14.20	16.50		23.00
7.00 p.m.		6.00 p.m.			5.20 pm.	

क्या तुम जानते हो कि भारत में रेलवे लाइनों की कुल लम्बाई 62,725 किलोमीटर और स्टेशनों की कुल संख्या 6,984 है।

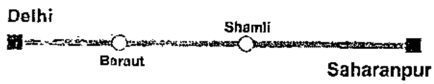
भारतीय रेल के पास कुल 6,967 इंजन 33,849 यात्री डिब्बे और 72,127 सामान ढोने (मालगाड़ी) के डिब्बे हैं।

रेलवे समय-सारिणी (Railway Time Table)

नीचे रेलवे टाइम टेबुल का एक अंश दिया हुआ है, जिसमें दिल्ली रेलवे स्टेशन से सहारनपुर तक जाने और आनेवाली ट्रेनों का विवरण अंकित है।

नोट: प्रत्येक टेबुल के ऊपर टेबुल नम्बर लिखा रहता है, इस टेबुल का नम्बर पढ़िए।

84 नम्बर के इस टेबुल पर शीर्षक भी लिखा हुआ है, अर्थात् रेल किस स्थान से किस स्थान तक जाती है।





Delhi Saharanpur Express		⬇	TRAIN NAME	⬆	Saharanpur Delhi Express
4545			Train Number		4546
II			Class of accommodation		II
	From		Table No.	To	
Daily	Dep.		Days of Operation	Arr.	Daily
17.05	Km.	d	**Delhi**	a	10.25
17.17	7	d	Delhi Shahdara	d	10.02
17.32	16	d	Noli	d	09.48
17.55	30	d	Khekra	d	09.25
18.13	40	d	Baghpat Road	d	08.58
18.35	56	d	Baraut	d	08.28
19.04	81	d	Kandhla	d	07.59
19.30 19.45	95	a d	Shamli	d a	07.40 07.30
21.15	166	a	**Saharanpur**	d	06.05
Daily	Arr.		Days of Operation	Dep.	Daily
	To		Table No.	From	

टेबुल नम्बर 84 के बाईं ओर से पहले ख़ाने में ट्रेन का नाम दिया हुआ है। उसी के नीचेवा ख़ाने में गाड़ी का नम्बर और नीचे की तरफ़ रेलगाड़ियों के पहुँचने और छूटने का समय दिया हुआ है।

यह निशान (⬇) दिल्ली से सहारनपुर जानेवाली ट्रेनों को दर्शाता करता है। और यह निशा (⬆) सहारनपुर से दिल्ली की ओर जाने वाली गाड़ी को दर्शाता है।

a (arrival) गाड़ी के आने के समय को दर्शाता है।

d (departure) गाड़ी के जाने के समय को दर्शाता है।

इस टेबुल में बीच के ख़ाने में महत्त्वपूर्ण स्टेशनों के नाम दिए हुए हैं, जिनपर सभी गाड़ियाँ ़ती हैं। दोनों ओर तीरों के निशान गाड़ियों की दिशा को दर्शाते हैं। जैसे कि ऊपर बताया जा चुका के उन गाड़ियों के साथ उनके नम्बर भी रहते हैं।

दो स्टेशनों के बीच की दूरी किलोमीटर में दी होती है। ये समस्त दूरियाँ रेलों के केन्द्र से, जहाँ ाड़ियाँ चलती हैं, परिगणित की जाती हैं।

ट्रेन की चौड़ाई पटरियों के बीच की दूरी पर निर्भर करती है। यह दूरी तीन तरह की होती है :

ब्रॉड गेज Broad Guage, (B.G.) । 1676 मिलीमीटर

मीटर गेज Meter Guage, (M.G.) । 1000 मिलीमीटर

नैरो गेज Narrow Guage, (N.G.) । 762 मिलीमीटर और 610 मिलीमीटर

अभ्यास : 18.2

) टेबुल नम्बर 84 को देख कर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दो :

(i) दिल्ली-सहारनपुर एक्सप्रेस का नम्बर क्या है ?

(ii) सहारनपुर-दिल्ली का नम्बर क्या है ?

(iii) दिल्ली-सहारनपुर एक्सप्रेस दिल्ली से कब प्रस्थान करती है ?

(iv) दिल्ली-सहारनपुर एक्सप्रेस सहारनपुर किस समय पहुँचती है ?

(v) दिल्ली से सहारनपुर कितने किलोमीटर की दूरी पर है ?

(vi) सहारनपुर से दिल्ली जानेवाली गाड़ी को दिल्ली पहुँचने में कितना समय लगता है ?

(vii) दिल्ली से कांधला कितनी दूरी पर है ?

(viii) दिल्ली-सहारनपुर एक्सप्रेस कांधला किस समय पहुँचती है ?

(ix) दिल्ली-सहारनपुर एक्सप्रेस शामली स्टेशन पर कितनी देर रुकती है ?

(x) दिल्ली-सहारनपुर एक्सप्रेस, दिल्ली से सहारनपुर जाते हुए शामली कितने बजे पहुँचती है और वहाँ से कितने बजे छूटती है ? a.m. या p.m. से दर्शाओ।

(xi) सहारनपुर-दिल्ली एक्सप्रेस, सहारनपुर से दिल्ली जाते हुए शामली कितने ब पहुँचती है और वहाँ से कितने बजे छूटती है ? a.m. या p.m. में दर्शाओ।

(xii) दिल्ली से शामली कितने किलो मीटर दूरी पर है ?

TABLE NO. 2

New Delhi — Agra — Gwalior — Bhopal — Itarsi — Bhusaval — Mumbai CST

Km	TRAIN NAME		Firozpur Mumbai CST Punjab Mail	New Delhi Bhopal Shatabdi Express	New Delhi Bhopal Shatabdi Express	Nizamuddin Jhansi Taj Express	Nizamuddin Ernakulam Mangala Lakshadweep Express	Nizamuddin Bhusaval Gondwana Express	Allahabad Lokmanya Tilak (T) Express	New Delhi Agra Cantt. Intercity Express	Agra Lokmanya Tilak (T) Lashkar Express	Bareilly Lokmanya Tilak (T) Express	Amritsar Dadar Express	Nizamuddin Habibganj Bhopal Express	Habibganj Lokmanya Tilak (T) Express
	Train Number		2138*	2002	2002A	2280	2618	2406	1070	4212	2162	4314	1058	2156	2154
	Class of accommodation		1A,2A,3A SL,II,P	EC,CC P	EC,CC P	CC 2S,II	2A,3A SL,II,P	2A,3A SL,II	2A,3A SL,II	CC 2S,II	2A,3A SL,II	2A,3A SL,II	2A,3A SL,II	1A,2A,3A SL,II	2A,3A SL,II
	From Table No.		39						47			55	15A		
	Days of departure at originating station		Daily	Except F	F	Daily	Daily	F,Su	W,M	Daily	Sa	Sa	Daily	Daily	F
	New Delhi	a	05.00										20.15		
		d	05.30	06.15	06.15					17.40			20.50		
10	H.Nizamuddin	a								18.00			21.05		
		d				07.10	09.20	15.25		18.02			21.10	21.00	
31	Faridabad	d	06.00			07.30	09.39			18.29			21.32		
145	Mathura	a	07.47	07.34	07.45	09.08	11.22	17.38		20.36			23.45		
		d	07.50	07.35	07.46	09.11	11.25	17.40		20.38			23.55		
195	Raja-ki-Mandi	d	08.32			09.52				21.22		18.42	00.40		
199	Agra Cantt.	a	08.50	08.12	08.27	10.07	12.20	18.47		21.40		19.00	00.55	23.35	
		d	08.55	08.17	08.32	10.15	12.25	18.50			23.50	19.10	01.05	23.38	
251	Dhaulpur	d	09.32			10.52						...	01.42		
317	Gwalior	a	10.35	09.36	09.51	11.53	13.58	20.20			01.42	20.50	02.55	01.10	
		d	10.40	09.39	09.54	11.58	14.03	20.23			01.47	20.55	03.05	01.13	
389	Datia	a				13.02							04.13		
		d				13.04							04.15		
414	Jhansi	a	12.25	10.48	11.03	13.35	15.23	21.45	00.05		03.20	22.35	04.50	02.33	
		d	12.35	10.56	11.11		15.33	21.57	00.25		03.30	22.45	05.00	02.43	
504	Lalitpur	d	13.45					23.03	01.28			...	06.45		
567	Bina	a	14.50				17.45	00.05	02.50		06.25	02.30	08.30	04.35	
		d	14.55				17.50	00.15	02.55		06.30	02.35	08.35	04.37	
652	Vidisha	d	15.55					01.20	...			...	09.40	05.40	
705	Bhopal	a	16.55	14.05	14.20		19.45	02.15	05.00		08.15	04.25	11.00	06.40	
		d	17.00				19.55	02.25	05.10		08.25	04.30	11.05	06.45	
711	Habibganj	a	17.10						05.20		08.35	04.40	11.15	07.05	
		d	17.12						05.22		08.37	04.42	11.17		18.15
779	Hoshangabad	d	18.15					03.35	...			...	12.35		19.15
796	Itarsi	a	18.40				21.50	04.05	08.00		10.05	07.05	13.10		19.55
		d	18.50				21.55	04.10	08.05		10.10	07.15	13.20		20.00
872	Harda	d	19.52						09.16		11.10	08.20	14.30		20.50
974	Khandwa	a	21.40				00.10		11.25		13.00	10.00	16.25		22.25
		d	21.45				00.15		11.30		13.05	10.05	16.30		22.30
1043	Burhanpur	d	22.35				01.00		12.25		14.05	11.00	17.35		
1097	Bhusaval	a	23.40				02.05	15.50	13.40		15.00	12.25	18.40		00.15
		d	23.45				02.10		13.45		15.10	12.35	18.50		00.20
1122	Jalgaon	d	00.10						...		15.40	13.05	19.20		
1169	Pachora	d							...			...	19.55		
1214	Chalisgaon	d	01.10						...			...	20.45		
1281	Manmad	a	02.05				04.35		16.22		17.35	15.00	21.45		
		d	02.10				04.40		16.25		17.40	15.05	21.50		
1354	Nasik Road	d	03.10				05.40		17.20		18.40	16.05	23.00		
1360	Devlali	d	03.20						...			...	23.10		
1405	Igatpuri	a	04.25				06.40		18.30		19.50	17.00	00.40		04.35
		d	04.30				06.45		18.35		19.55	17.05	00.45		04.40
1488	Kalyan	a	06.20				08.45		20.30		21.45	19.00	02.50		06.25
		d	06.25				08.50		20.35		21.50	19.05	02.55		06.30
1508	Thane	d							21.00		22.10	19.25	03.20		
1524	Lokmanya Tilak(T)	a							22.00		22.45	20.00			07.30
1533	Dadar	a	07.10										04.00		
		d	07.15												
1542	Mumbai CST	a	07.35												
	Days of arrival at destination station		Daily	Except F	F	Daily	Daily	Sa,M	Th,Tu	Daily	Su	Su	Daily	Daily	Sa
	To Table No.						26	via34A	via 6A						

* 2138 at Mathura Jn. 07.32 / 07.35 on Friday only.

68

(2) टेबुल नं. 2 को देखकर उत्तर दो :

(i) रेलवे के टाइम टेबुल नं.2 में नई दिल्ली से मुम्बई जानेवाली गाड़ियों के समय अंकित हैं। इस टेबुल को देखकर बताओ कि नई दिल्ली-भोपाल शताब्दी एक्सप्रेस आगरा कैंट किस समय आती है और किस समय जाती है ? इसके समयों को a.m. या p.m. में लिखो।

(ii) नई दिल्ली से भोपाल की दूरी कितनी है ?

(iii) नई दिल्ली से आगरा कैंट तक चलनेवाली गाड़ी का नाम और नम्बर बताओ।

(iv) नई दिल्ली से मुम्बई कितनी दूरी पर है ?

(v) आगरा कैंट से मुम्बई कितनी दूरी पर है ?

(vi) टेबुल नं.2 को देखकर बताओ कि नई दिल्ली-आगरा कैंट इंटर सिटी एक्सप्रेस किन-किन स्टेशनों पर किन-किन समयों में पहुँचती है ? समय को a.m. या p.m. में लिखो।

(vii) निज़ामुद्दीन-हबीब गंज भोपाल एक्सप्रेस कहाँ से किस समय चलती है? यह गाड़ी हबीब गंज किस समय पहुँचती है ?

(viii) 2406 नं. गाड़ी का क्या नाम है ?

(3) टेबुल नं. 39 को देखकर उत्तर दो :

(i) टेबुल को देखकर बताओ कि नई दिल्ली से फ़ीरोज़पुर तक कौन कौन-सी गाड़ियाँ जाती हैं ? उनके नम्बर भी लिखो।

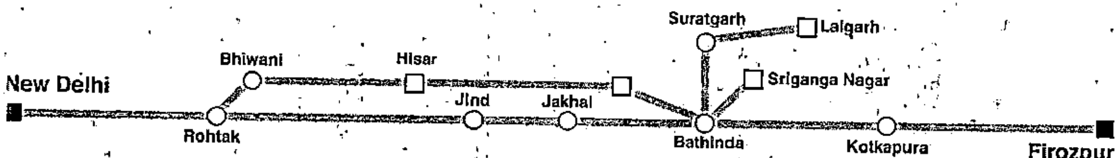
(ii) टेबुल को देखकर बताओ कि नई दिल्ली से भटिंडा की दूरी कितनी है और फ़ीरोज़पुर नई दिल्ली से कितनी दूरी पर है ?

(iii) श्रीगंगा नगर से 2482 नम्बर की श्रीगंगा नगर दिल्ली-एक्सप्रेस श्रीगंगा नगर से किस समय रवाना होती है और दिल्ली स्टेशन पर कब पहुँचती है ?

(iv) नई दिल्ली से फ़ीरोज़पुर जाने के लिए पंजाब मेल को कितना समय लगता है ?

(v) 9024 नम्बर की जनता एक्सप्रेस फ़ीरोज़पुर से नई दिल्ली जाते हुए कितनी देर भटिंडा स्टेशन पर ठहरती है ?

TABLE NO. 39



Gorakhpur Bhiwani Gorakhdham Express	Howrah Sriganga Nagar Udyan Abha Toofan Express	Mumbai CST Firozpur Punjab Mail	Tilak Bridge Sirsa Haryana Express	Delhi Bathinda Kissan Express	Mumbai Central Firozpur Janata Express	Delhi Sriganga Nagar Express	Kanpur Bhiwani Kalindi Express	Guwahati Lalgarh Avadh Assam Express			⬇ TRAIN NAME ⬆		Lalgarh Guwahati Avadh Assam Express	Firozpur Mumbai CST Punjab Mail	Sriganga Nagar Howrah Udyan Abha Toofan Express	Sirsa Tilak Bridge Haryana Express	Firozpur Mumbai Central Janata Express	Sriganga Nagar Delhi Express	Bathinda Delhi Kissan Express	Bhiwani Kanpur Kalindi Express	Bhiwani Gorakhpur Gorakhdham Express
2555	3007	2137	4085	4519	9023	2481	4723	5609			Train Number		5610	2138	3008	4086 **	9024	2482	4520	4724	2556
1A,2A,3A SL,II	3A SL,II	1A,2A,3A SL,II	CC 2S,II	CC 2S,II	SL,II	CC II	SL,II	2A,3A SL,II,P			Class of accommodation		2A,3A SL,II,P	1A,2A,3A SL,II	3A SL,II	CC 2S,II	SL,II	CC 2S,II	CC 2S,II	SL,II,P	1A,2A,3A SL,II
22A	1A	2A			3A		25A	18A			From Table No. To		18	2	1	22	3	25			
Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily			Days of departure at originating station		Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily
05.50 06.10	19.55 20.30	21.15 21.50	18.23 18.25		12.45 13.15				Km	a d	**New Delhi**	d a		05.30 05.00	07.55 07.05	09.45 09.43	13.15 12.40				20.20 20.05
				15.00		13.05	06.15 07.40	15.55 16.30	0	a d	**Delhi**	d a	07.55 07.15					13.40	14.20	22.00 21.25	
07.50 08.00	22.15 22.20	23.18 23.23	20.10 20.13	16.35 16.40	14.55 15.00	14.35 14.38	08.45 09.00	18.10 18.15	69	a d	Rohtak	d a	05.35 05.32	03.25 03.22	05.00 04.45	07.58 07.55	10.50 10.47	11.58 11.55	12.40 12.35	19.50 19.45	18.33 18.30
08.55			21.05 21.25	17.30 17.55			10.15		117	a d	**Bhiwani**	d a				07.00 06.30			11.40 11.20	18.15	17.35
			22.32 22.35	19.00 19.05					177	a d	Hisar	d a				05.10 05.07			10.08 10.03		
			00.30	20.30 20.35					258	a	**Sirsa**	d				03.35			08.28 08.23		
	23.15 23.20	00.10 00.15			15.55 16.00	15.30 15.33		19.05 19.10	132	a d	Jind	d a	04.40 04.37	02.30 02.22	03.45 03.25		09.50 09.45	11.05 11.00			
	23.52 23.54	00.42 00.44			16.32 16.34	16.00 16.02		19.37 19.39	185	a d	Narwana	d a	04.07 04.05	01.54 01.52	02.47 02.45		09.07 09.05	10.30 10.28			
	00.33 00.38	01.25 01.30			17.15 17.20	16.35 16.38		20.15 20.20	264	a d	Jakhal	d a	03.35 03.32	01.17 01.14	02.10 02.05		08.30 08.25	09.54 09.51			
	03.20 03.30	03.40 03.50		22.20	19.20 19.30	18.15 18.20		22.15 23.20	302	a d	**Bathinda**	d a	02.10 01.45	23.40 23.30	00.15 23.10		06.45 06.15	08.30 08.25	06.55		
	07.50					20.40			429	a	**Sriganga Nagar**	d			20.45			06.00			
								01.10	390	d	Hanumangarh	d	23.35								
								02.05 02.10	440	a d	Suratgarh	d a	22.50 22.45								
								05.15	618	a	**Lalgarh**	d	20.00								
		04.35			20.17				345	d	Kotkapura	d		22.26			05.11				
		05.40			21.35				392	a d	**Firozpur**	d a		21.45			04.30				
Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily			Days of arrival at destination station		Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily	Daily
											To Table No. From										

No.4085 Tilak Bridge departure 18.05

176

** No.4086 Tilak Bridge arrival 09.55

अध्याय : 19

प्रतिशत
(Percentage)

तिशत की संकल्पना

प्रतिशत 'प्रति' और 'शत' से मिलकर बना है। 'प्रति' का अर्थ 'में' होता है और 'शत' ा अर्थ 'सौ'। इस तरह प्रतिशत का अर्थ हुआ 'सौ में से'। इसके स्पष्टीकरण के लिए म्नलिखित उदाहरण पर ग़ौर करो :

अगर कहा जाए कि अब्दुल्लाह ने हिसाब के विषय में 65 प्रतिशत अंक प्राप्त किए तो सका मतलब यह हुआ कि अब्दुल्लाह ने 100 नम्बर में से 65 नम्बर प्राप्त किए इसी। तरह अगर ह कहा जाए कि भारत के 70 प्रतिशत लोग खेती-बाड़ी करते हैं, तो इसका मतलब यह होगा ि यहाँ के 100 में से 70 लोग किसान हैं। प्रतिशत को आसानी के लिए '%' के चिह्न से र्शाया जाता है।

अभ्यास : 19.1

. नीचे दिए गए प्रश्नों में रिक्त स्थानों को भरो (पहला प्रश्न हल कर दिया गया है) :

(i) 100 में से 70 अर्थात् 70 प्रतिशत 70%

(ii) 100 में से 61 अर्थात् 61 प्रतिशत ....

(iii) 100 में से ..... अर्थात् 72 प्रतिशत ....

(iv) 100 में से ..... अर्थात् 23%

(v) 100 रुपये पर $2\frac{1}{2}$ रुपये टैक्स अर्थात् ..... टैक्स........

2. पढ़ो और शब्दों में लिखो :

(i) 12% (ii) 35% (iii) 15.5%

(vi) 0.5% (v) 43.25%

प्रतिशत को साधारण भिन्न में बदलना

नियम : प्रतिशत को साधारण भिन्न में बदलने के लिए संख्या को 100 से भाग देते हैं और तब प्रा होनेवाले भिन्न को साधारण भिन्न के रूप में लिखते हैं।

कुछ उदाहरणों पर विचार करो :

(1) 25% = 25 प्रतिशत $=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$

(2) 50% = 50 प्रतिशत $=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$

(3) 75% = 75 प्रतिशत $=\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$

(4) 80% = 80 प्रतिशत $=\frac{80}{100}=\frac{4}{5}$

अभ्यास : 19.2

1. निम्नलिखित प्रतिशत को साधारण भिन्न में बदलो :

(i) 15% (ii) 45% (iii) 65%

(iv) 92% (v) 100%

साधारण भिन्न को प्रतिशत में बदलना

दिए गए साधारण भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए 100 से भाग देते हैं।

उदाहरण :

(i) $\frac{2}{5} = \frac{2}{\cancel{5}_1} \times \cancel{100}^{20}\% = 40\%$

(ii) $\frac{3}{4} = \frac{3}{\cancel{4}_1} \times \cancel{100}^{25}\% = 75\%$

अभ्यास : 19.3

1. निम्नलिखित भिन्न को प्रतिशत में बदलो :

(i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{25}$ (iv) $\frac{3}{75}$ (v) $\frac{9}{20}$

दी हुई संख्या का दिया हुआ प्रतिशत ज्ञात करना

उदाहरण (1) : 20 का 45 प्रतिशत ज्ञात करो।

20 का 45% $= 20 \times 45\%$

$= \frac{{}^{1}\cancel{20} \times {}^{9}\cancel{45}}{\cancel{100}\ \cancel{5}_1} = 9$

उदाहरण (2) : 15 का 60% ज्ञात करो।

15 का 60% $= 15 \times 60\%$

$= \frac{{}^{3}\cancel{15} \times {}^{3}\cancel{60}}{\cancel{100}\ \cancel{2}_1} = 9$

अभ्यास : 19.4

1. प्रतिशत ज्ञात करो :

(i) 80 का 20 प्रतिशत

(ii) 75 का 12 प्रतिशत

(iii) 150 का 25 प्रतिशत

(iv) 12 का 2 प्रतिशत

(v) 2700 रुपये का $33\frac{1}{3}\%$

(vi) 45 किलोग्राम का 10 प्रतिशत

(7) 1200 मीटर का $6\frac{1}{4}$ प्रतिशत

प्रतिशत को दशमलव भिन्न में बदलना

तुम जानते हो कि 25 प्रतिशत का मतलब $(\frac{25}{100})$ $\frac{1}{4}$ होता है।

इस $\frac{1}{4}$ को दशमलव में 0.25 भी लिखते हैं।

अर्थात् $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0.25$

इसी तरह

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0.3$$

अभ्यास : 19.5

1. प्रत्येक को दशमलव भिन्न में बदलो :

(i) 12% (ii) 15.5% (iii) 18%

(iv) 9% (v) 40%

दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदलना

नियम : दशमलव भिन्न को प्रतिशत में दर्शाने के लिए 100 से गुणा करना होता है और सौ से गुणा करने की सरल विधि तो तुम्हें मालूम ही है कि दी गई संख्या को ज्यों का त्यों रखा जाता है और उसके दशमलव के चिह्न को दो चरण दाईं ओर हटा दिया जाता है।

जैसे :

(i) 0.5 = 0.5 × 100% = 50%

(ii) 0.192 = 0.192 × 100% = 19.2%

अभ्यास : 19.6

2. निम्नलिखित दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदलो :

(i) 2.5 (ii) 4.05 (iii) .93

(iv) .050 (v) 41.05

रुपये, पैसे, सिक्के और मैट्रिक पैमाने को प्रतिशत में बदलना

☆ तुम जानते हो कि 1 पैसा = 1 रुपये का सौवाँ हिस्सा है अर्थात् 1 पैसा = $\frac{1}{100}$ = 1%

इसी तरह 2 पैसा = 1 रुपये का 2%

15 पैसा = 1 रुपये का 15%

50 पैसा = 1 रुपये का 50%

☆ इसी तरह तुम्हें यह भी मालूम है कि 1 सेंटीमीटर 1 मीटर का सौवाँ हिस्सा होता है।

1 मीटर = 100 सेंटीमीटर अर्थात् 1 सेंटीमीटर एक मीटर का 1 प्रतिशत होता है।

1 सेंटीमीटर = 1 मीटर का 1%

3 सेंटीमीटर = 1 मीटर का 3%

8 सेंटीमीटर = 1 मीटर का 8%

34 सेंटीमीटर = 1 मीटर का 34%

☆ 1 किलोग्राम = 1000 ग्राम

1 ग्राम = $\frac{1}{1000}$ किलोग्राम = $\frac{1}{1000} \times 100\% = \frac{1}{10}\% = 0.1\%$

2 ग्राम = 1 किलोग्राम का 0.2 प्रतिशत है।

3 ग्राम = 1 किलोग्राम का 0.3 प्रतिशत है।

☆ इसी तरह 1 मिली लीटर = 1 लीटर का हज़ारवाँ हिस्सा है।

इसलिए 1 मिलीलीटर = 1 लीटर का 0.1 प्रतिशत है।

2 मिलीलीटर = 1 लीटर का 0.2 प्रतिशत

4 मिलीलीटर = 1 लीटर का 0.4 प्रतिशत

और 25 मिलीलीटर = 1 लीटर का 2.5%

प्रतिशत की दर ज्ञात करना

$$\text{दर प्रतिशत} = \frac{\text{दी हुई राशि}}{\text{कुल राशि}} \times 100$$

उदाहरण (1) : 6, 24 का कितना प्रतिशत है ?

हल : दर % = $\frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{24}_{\cancel{4}_1}} \times 1\cancel{00}^{25}\% = 25\%$

6, 24 का 25% है।

उदाहरण (2) : अब्दुल्लाह को अरबी भाषा में 30 में 18 नम्बर मिले। बताओ उसे कितने प्रतिशत नम्बर मिले ?

हल : हमें मालूम करना है कि 18, 30 का कितना प्रतिशत है।

∴ दर % = $\frac{\cancel{18}^{6}}{\cancel{30}_{1}} \times 10\cancel{0} = 6 \times 10 = 60\%$

अब्दुल्लाह को अरबी भाषा में 60% अंक मिले।

अभ्यास : 19.7

1. 35 का कितना प्रतिशत है 7 ?
2. शाज़िया को गणित में 75 में से 60 नम्बर मिले। बताओ उसने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए ?
3. एक कक्षा में 48 बच्चे पढ़ते हैं। वर्षा के कारण एक दिन केवल 32 बच्चे आए। बताओ उस दिन कितने प्रतिशत बच्चे कक्षा में आए ?
4. एक कक्षा में 30 लड़के और 20 लड़कियाँ हैं। लड़कियों का प्रतिशत बताओ।
5. गेहूँ का मूल्य 600 रुपये प्रति क्विंटल से बढ़कर 700 रुपये प्रति क्विंटल हो गया। गेहूँ के मूल्य में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई ?

अध्याय : 20

ज़कात और उश्र (Zakat and Ushr)

ज़कात इस्लाम के पाँच आधारभूत स्तम्भों में से एक है। इसका अर्थ पाक होना, विकसित होन और फलना-फूलना है। क़ुरआन में ज़कात अदा करने की बड़ी ताकीद आई है। प्रत्येव 'साहिबे-निसाब' को साल के अन्त में अपने माल का $2\frac{1}{2}$ प्रतिशत असहायों और ज़रूरतमंदों को देन अनिवार्य है।

'साहिबे-निसाब' उस व्यक्ति को कहते हैं जो $7\frac{1}{2}$ तोला सोना अथवा $52\frac{1}{2}$ तोला चाँदी वे बराबर धन-सम्पत्ति का मालिक हो।

कृषि-भूमि की उपज पर जो ज़कात दी जाती है उसे शरीअत (इस्लामी धर्म-विधान) में 'उश्र कहते हैं।

अगर ज़मीन में वर्षा से फ़सल पैदा होती है अथवा नदी के क़रीब होने के कारण उसमें इतनी नर्म होती है कि सिंचाई की ज़रूरत नहीं पड़ती तो उसपर कुल पैदावार का दसवाँ हिस्सा अर्थात 10%, उश्र के रूप में वुसूल किया जाता है। इसके विपरीत ज़मीन अगर सूखी हो अथवा वर्षा इतनी कम हुई हो वि सिंचाई के बिना फ़सल पैदा न हो सके तो उससे कुल पैदावार का $\frac{1}{20}$ हिस्सा अर्थात 5%, उश्र के रूप में वुसूल किया जाता है।

अभ्यास : 20

1. एक व्यक्ति को $2\frac{1}{2}$ प्रतिशत के हिसाब से 7500 रुपये के माल पर ज़कात देनी है। बताओ उसे कितनी ज़कात अदा करनी होगी ?
2. एक आदमी ने एक साल में 30000 रुपये की बचत की और उसकी पत्नी के पास 60 ग्राम सोने के गहने थे। तो बताओ वह कितनी ज़कात अदा करेगा ? जबकि 10 ग्राम सोने का मूल्य 5,000 रुपये है।
3. एक आदमी ने 625 रुपये ज़कात अदा की। बताओ उसके पास साल भर में कितनी राशि रही ?
4. एक आदमी ने नदी के किनारे अपनी ज़मीनों में 270 क्विंटल धान पैदा किए। उसे उश्र में धान की कितनी मात्रा अदा करनी होगी ?
5. एक किसान अपने सूखे खेतों से सिंचाई करने के बाद 35 क्विंटल गेहूँ पैदा करता है। उसे उश्र में गेहूँ की कितनी मात्रा अदा करनी होगी ?

ब्याज
(Interest)

ब्याज उस राशि को कहते हैं जो ऋणी द्वारा ली गई राशि के प्रयोग के बदले ऋणी उस राशि से ाधिक राशि ऋणदाता को देता है।

ज़रूरतमन्द की मजबूरी से नाजायज लाभ उठाना और अपनी मूल राशि से अधिक राशि वुसूल ़रना ज़ुल्म है। इसलिए इस्लाम ने ब्याज को हराम (अवैध) ठहराया। और कुछ अन्य धर्मों में भी याज को एक सामाजिक बुराई समझा जाता है। इसलिए ब्याज जैसी बुराई से अनभिज्ञ रहना एक बड़ी मज़ोरी है। ब्याज का लेन-देन और बात है और इस बुरी रस्म से अनभिज्ञता दूसरी बात। उम्मीद है क तुम इस बुराई से अवगत होकर इससे और अधिक नफ़रत करने लगोगे।

सोहन, मोहन से 100 रुपये ऋण लेता है और साल भर के बाद उसे 104 रुपये अदा करता , तो 100 रुपये पर 4 रुपये एक साल का ब्याज हुआ।

ूलधन : ऋण पर दी हुई राशि को मूलधन कहते हैं।

मिश्रधन : जब ऋण पर दी हुई राशि ब्याज के साथ एक निश्चित अवधि के बाद वापस होती है तो मिश्रधन कहलाती है। अर्थात् मूलधन और ब्याज को मिलाकर जो राशि दी जाती है, उसे मिश्रधन कहते हैं।

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

्याज दर : वह दर जिसके हिसाब से ब्याज लगाया जाता है उसे ब्याज दर कहते हैं।

साधारण ब्याज

मूलधन, ब्याज दर और समय के गुणनफल को 100 से भाग देने पर जो ब्याज ज्ञात किया ाता है, उसे साधारण ब्याज कहते हैं।

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

उदाहरण (1) : एक व्यक्ति ने एक बैंक से 20 प्रतिशत वार्षिक ब्याज की दर से 2500 रुपये दो वर्ष के लिए ऋण लिए। बताओ उसे कितनी राशि ब्याज में देनी पड़ेगी ?

हल :

मूलधन = 2500 रुपये

दर = 20%

समय = 2 वर्ष

∵ 100 रुपये का 1 वर्ष का ब्याज = 20 रुपये है

∴ 1 रुपये का एक वर्ष का ब्याज $= \frac{20}{100}$ रुपये

∴ 2500 रुपये का 1 वर्ष का ब्याज $= \frac{20}{100} \times 2500$ रुपये

2500 रुपये का 2 वर्ष का ब्याज $= \frac{25\not{0}\not{0} \times 20 \times 2}{1\not{0}\not{0}} = 2 \times 20 \times 25$ रुपये

$= 1000$ रुपये

उदाहरण (2) : श्याम ने क्रेडिट सोसाइटी से 5600 रुपये $18\frac{1}{2}$%वार्षिक ब्याज की दर से ऋण लिया। $2\frac{1}{2}$ वर्ष बाद उसने वह ऋण वापस कर दिया। बताओ, उसने कुल कितनी राशि लौटाई होगी ?

मूलधन = 5600 रुपये

ब्याज दर $= 18\frac{1}{2}\ \% = \frac{37}{2}\ \%$

समय $= 2\frac{1}{2}$ वर्ष $= \frac{5}{2}$ वर्ष

साधारण ब्याज $= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

$$= \frac{5600 \times \frac{37}{2} \times \frac{5}{2}}{100}$$

$$= \frac{\overset{14}{\cancel{\overset{28}{\cancel{56}}}}\cancel{00} \times 37 \times 5}{1\cancel{00} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}$$

= 14 × 37 × 5 रुपये = 2590 रुपये

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

= 5600 + 2590 रुपये

= 8190 रुपये

कुल अदा की गई राशि = 8190 रुपये।

अभ्यास : 21

1. राहुल ने 1500 रुपये एक फ़ाइनान्स कम्पनी में लगाए, जिसके ब्याज की दर 15 रुपये प्रति सैकड़े वार्षिक है। $5\frac{1}{2}$ वर्ष बाद उसे कम्पनी से कितनी राशि मिलेगी ?

2. निम्नांकित प्रश्नों को हल करो और ब्याज और मिश्रधन ज्ञात करो :

क्रमांक	मूलधन	समय	दर	ब्याज	मिश्रधन
(i)	1600 रुपये	3 वर्ष	8%		
(ii)	4500 रुपये	5 वर्ष	$14\frac{1}{2}$ %		
(iii)	3900 रुपये	2 वर्ष	3%		
(iv)	5100 रुपये	3 वर्ष	17%		
(v)	6300 रुपये	2 वर्ष	14%		

3. मोहन ने अपने घर की मरम्मत के लिए 5000 रुपये ऋण लिए। अगर ब्याज की दर $12\frac{1}{2}$ % वार्षिक हो और वह पूरी राशि 2 वर्ष में वापस कर दे तो बताओ कुल कितनी राशि उसे अदा करना होगी ?

4. इमरान ने को-ऑपरेटिव बैंक से खेती के लिए 7,500 रुपये क़र्ज़ लिए। अगर ब्याज की दर $12\frac{1}{2}$ % वार्षिक हो तो बताओ $2\frac{1}{2}$ वर्ष के बाद उसे कितनी राशि अदा करना होगी ?

5. आशा ने रेफ़्रीजरेटर ख़रीदने के लिए 17% वार्षिक ब्याज की दर से 10,200 रुपये ऋण प्राप्त किया। बताओ तीन साल छह महीने बाद उसे कुल कितनी राशि वापस करनी होगी ?

12345679 एक जादुई संख्या

जी हाँ, 12345679 एक जादुई संख्या है और इसे याद रखना भी बहुत आसान है। इसमें एक से लेकर नौ तक के सभी अंक हैं, केवल आठ को छोड़ कर। अपने मित्र से पूछिए कि उसका पसंदीदा अंक (1 से 9 तक) कौन-सा है। मान लीजिए की उसने अंक 4 बताया। अब इस अंक को आप ज़बानी 9 से गुणा कीजिए और गुणफल 36 को जादुई संख्या से गुणा करने को कहिए।

अर्थात् 36 × 12345679 = ...

वह देखकर आश्चर्यचकित रह जाएगा जब गुणनफल में केवल 4 ही 4 मिलेगा। 4 के अतिरिक्त दूसरे अंकों के लिए इसे तुम स्वयं करके देखो।

अध्याय : 22

ताप
(Temperature)

तुम विभिन्न समयों में मौसमों की अनुकूलता से चाय, कॉफ़ी, शरबत या दूसरे पेय पदार्थ योग करते हो। इन वस्तुओं के गर्म या ठंडे होने का अनुमान छू कर आसानी से लगाया जा सकता है। ोकिन कोई पदार्थ कितना ठंडा या गर्म है, इसे बताने के लिए यह कहना कि बहुत गर्म, कम गर्म है, ंडा या बहुत ठंडा है, इससे बात पूरी तरह स्पष्ट नहीं होती है और न इससे ठीक-ठीक माप का पता ालता है। जबकि अधिकतर हमें ताप की ठीक माप की ज़रूरत होती है। उदाहरण के लिए डॉक्टर का क्रिसी रोगी के शरीर के तापमान की ठीक-ठीक माप मालूम करना ज़रूरी होता है, ताकि वह उस ोहाज़ से दवा लिखे। इसी तरह शहरों का उच्च और निम्न तापमान ज्ञात करने के लिए ताप की ोक-ठीक नाप की ज़रूरत होती है।

थर्मामीटर (Thermometer)

जिस तरह हम विभिन्न वस्तुओं की लम्बाई नापने के लिए मीटर या स्केल, समय ज्ञात करने के लिए घड़ी और भार ज्ञात करने के लिए तराज़ू का प्रयोग करते हैं, उसी तरह ताप मापने के लिए ापमापक या थर्मामीटर का प्रयोग किया जाता है।

थर्मामीटर में दो प्रकार के मात्रक आते हैं :

1. डिग्री फ़ारेनहाइट (°F)
2. डिग्री सेंटीग्रेड (सेल्शियस) (°C)

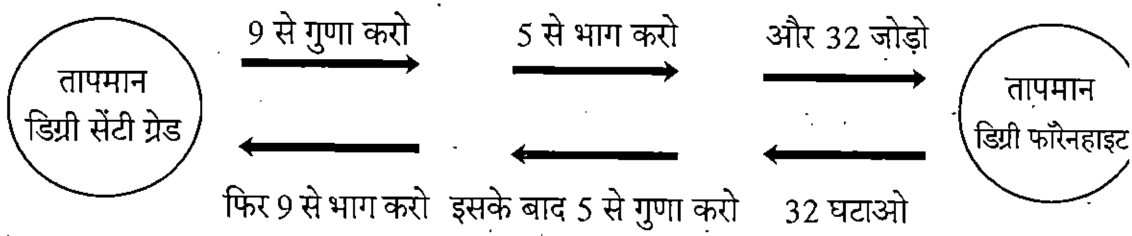
इनकी बनावट और विशेषताओं में निम्नलिखित अन्तर को ध्यान से देखो –

	सेल्शियस स्केल	फ़ारेनहाइट स्केल
पानी का जमाव बिन्दु (हिमांक)	0°C	0°F
पानी का उबाल बिन्दु (क्वथनांक)	100°C	212°F

अधिकांश देशों में डिग्री (सेंटीग्रेड) स्केलवाले तापमापी का प्रचलन है। हमारे देश में दो तरह के तापमापी या थर्मामीटर प्रयोग किए जाते हैं।

पैमानों की तब्दीली

एक पैमाने में दिए गए तापमान को दूसरे पैमाने में बदलने के लिए निम्नलिखित आरेख क इस्तेमाल किया जाता है :



उदाहरण (1) : 50°C को °F में बदलो।

हल : डिग्री सेल्शियस को °F में बदलने के लिए उसे 9 से गुणा किया जाता है। फिर गुणनफल क 5 से भाग दिया जाता है। और इस तरह प्राप्त होनेवाले भागफल में 32 जोड़ दिए जाते हैं।

50°C = 50 × 9 = 450 (9 से गुणा किया गया)

450 ÷ 5 = 90 (5 से भाग दिया गया)

90 + 32 = 122°F (32 जोड़ दिया गया)

उदाहरण (2) : 122°F को °C में बदलो।

हल : 122°F को °C में बदलने के लिए पहले 122°F में से 32 घटाया जाएगा, फिर प्राप्त संख्या को 5 से गुणा किया जाएगा और गुणनफल को 9 से भाग दिया जाएगा।

122°F = 122−32 = 90 (32 घटाए गए)

90 × 5 = 450 (5 से गुणा किया गया)

450 ÷ 9 = 50°C (9 से भाग दिया गया)

अभ्यास : 22.1

1. तापमान नापने के लिए कौन-सा यंत्र प्रयोग करते हैं।

2. पानी के उबाल बिन्दु (क्वथनांक) को फ़ारेनहाइट और डिग्री सेल्शियस में लिखो।

3. निम्नलिखित तापमान को फ़ारेनहाइट में बदलो :

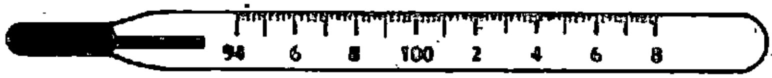
(i) 10°C (ii) 20°C (iii) 30°C (iv) 50°C

4. निम्नलिखित फ़ारेनहाइट तापमान को सेंटीग्रेड स्केल में बदलो :

(i) 203°F (ii) 113°F (iii) 95°F (iv) 98.6°F

डॉक्टरी थर्मामीटर

शरीर का तापमान ज्ञात करने के लिए जिस तापमापक यंत्र का प्रयोग करते हैं, उसे डॉक्टरी थर्मामीटर कहते हैं।



डॉक्टरी थर्मामीटर में फ़ॉरेनहाइट स्केल प्रयुक्त होता है और इसमें $95°F$ से लेकर $108°F$ तापमान के लिए विभिन्न मापांक अंकित होते हैं।

थर्मामीटर का प्रयोग

शरीर का तापमान ज्ञात करने के लिए डॉक्टरी थर्मामीटर को या तो मरीज़ के मुँह में रखते हैं य उसकी बग़ल में। थर्मामीटर को इस तरह रखने से शरीर के तापमान के कारण थर्मामीटर में मौजूद पार फैलता है और परिणामस्वरूप काँच की नली में उसकी ऊँचाई बढ़ने लगती है। एक विशेष ऊँचाई प पहुँचकर पारे का फैलना रुक जाता है। पारा फैलकर जिस चिह्न तक पहुँचता है उसे पढ़ लेते हैं। यह शरीर का तापमान होता है।

डॉक्टरी थर्मामीटर से नाप लेने से पहले प्राय: उसे झटकना पड़ता है ताकि पारे की सतह क $98°F$ से नीचे लाया जा सके और तुम्हें यह तो मालूम होगा कि एक साधारण आदमी के शरीर क औसत तापमान $98.6°F$ रहता है।

अब तो ऐसे थर्मामीटर का भी आविष्कार हो गया है जिसे केवल पेशानी (माथे) पर रखने से तापमान मालूम हो जाता है। यह एक पट्टी की तरह का होता है और माप को संख्या के रूप में बताता है।

याद रखो :

☆ साधारण आदमी के शरीर का तापमान $98.6°F$ या $37°C$ होता है। बच्चों के शरीर का तापमान कुछ अधिक होता है।

☆ आदमी उस समय ज्वर-ग्रस्त होता है जब उसके शरीर का तापमान $98.6°F$ या $37°C$ से अधिक हो जाता है।

☆ एक वयस्क आदमी का शारीरिक तापमान $105°F$ $(40.5°C)$ से अधिक नहीं हो सकता और किसी भी बच्चा का शारीरिक तापमान $107°F$ $(41.6°C)$ से अधिक नहीं हो सकता।

अभ्यास : 22.2

1. उचित जोड़े लगाओ :

(अ)	जमे हुए पानी का तापमान	(i)	$98.6°F$
(ब)	उबलते हुए पानी का तापमान	(ii)	$122°F$
(स)	स्वस्थ आदमी का शारीरिक तापमान	(iii)	$212°F$
(द)	$50°C$	(iv)	$32°F$

क्या तुम जानते हो कि —

ऋणात्मक $40°C$ ऋणात्मक $40°F$ के बराबर होता है

अर्थात्

$$-40°C = -40°F$$

अध्याय : 23

बिल और रसीद

(Bill and Receipt)

नक़द रसीद/बिल (Cash memo/Bill)

दुकान से सामान ख़रीदने और रक़म (राशि) चुकाने पर दुकानदार पर एक रसीद देता है जि नक़द रसीद या Cash memo कहते हैं। इस रसीद पर दुकान का नाम, पता और रसीद नम्बर इत्यादि लिखा रहता है। ख़रीदार का नाम, दिनांक, सामान का विवरण, संख्या, मात्रा, परिमाण और मूल इत्यादि लिखने के लिए जगह ख़ाली होती है, जिसे दुकानदार भरने के बाद नीचे हस्ताक्षर करके ख़रीदार के हवाले करता है।

नक़द रसीद पढ़ना

(A) नीचे दी गई नक़द रसीद को ध्यान से देखो :

फ़ोन : 26789658 नक़द रसीद (Cash memo)

नफ़ीस क्लॉथ स्टोर, दिल्ली

नाम : श्री ग़ुलाम रब्बानी साहब रसीद न. : 4278

पता : 46, ज़ाकिर बाग़, नई दिल्ली दिनांक : 12.03.08

क्रमांक	सामान का विवरण	दर		मात्रा/संख्या	मूल्य	
		रुपये	पैसे		रुपये	पैसे
1.	शर्ट पीस	70 मी.	00	2 पीस	140	00
2.	पैंट पीस	120 मी.	00	2 पीस	240	00
3.	दुपट्टा	25 मी.	00	3 पीस	75	00
4.	स्कार्फ़ का कपड़ा	40 मी.	00	5 मीटर	200	00
शब्दों में: मात्र छह सौ पचपन रुपये				कुल राशि	655	00

हस्ताक्षर

इस नक़द रसीद को देखने पर निम्नलिखित बातें सामने आती हैं :

1.	दुकान का नाम	नफ़ीसस क्लॉथ स्टोर
2.	रसीद नम्बर	4278
3.	दिनांक (रसीद बनाने की तिथि)	12.03.08
4.	ख़रीदार का नाम	श्री ग़ुलाम रब्बानी साहब
5.	पता	46, ज़ाकिर बाग़, नई दिल्ली
6.	शर्ट पीस की दर	70 रुपये प्रति पीस
7.	पैंट पीस की दर	120 रुपये प्रति पीस
8.	दुपट्टा की दर	25 रुपये प्रति दुपट्टा
9.	स्कार्फ़ के कपड़े की दर	40 रुपये प्रति मीटर
10.	दो शर्ट पीस का मूल्य	140 रुपये
11.	दो पैंट पीस का मूल्य	240 रुपये
12.	तीन दुपट्टे का मूल्य	75 रुपये
13.	पाँच मीटर स्कार्फ़ के कपड़े का मूल्य	200 रुपये
14.	कुल राशि	655 रुपये
15.	कुल राशि (शब्दों में)	छह सौ पचपन रुपये
16.	दुकानदार का हस्ताक्षर (अन्त में)	

(B) संस्था को सहायता फ़ंड में दिए गए दान और मकान के किराये की भी रसीद मिलती है। उस रसीद में संगठन या संस्था के नाम के अतिरिक्त रसीद नम्बर और तिथि लिखी होती है। साथ-ही-साथ दान देनेवाले का नाम और राशि प्राप्त करनेवाले के हस्ताक्षर भी रसीद पर होते हैं। इसी प्रकार के एक नमूने को ध्यानपूर्वक देखो :

फलाहे-आम ट्रस्ट, लखनऊ

रसीद नम्बर : 2371 फ़ोन :25764393

दिनांक :12.03.08

श्री अबू ज़फ़र साहब की ओर से कुल एक हज़ार रुपये बतौर चन्दा/ दान/ नक़द/ चेक/ ड्राफ़्ट के द्वारा सधन्यवाद प्राप्त हुए।

Rs. 1000|00 **प्राप्तकर्ता के हस्ताक्षर**

इस रसीद को देखने पर निम्नलिखित बातें मालूम होती हैं :

1.	संस्था का नाम	फ़लाहे-आम ट्रस्ट, लखनऊ
2.	रसीद नम्बर	2371
3.	रसीद देने की तिथि	12.11.06
4.	दान देनेवाले का नाम	श्री अबू ज़फ़र साहब
5.	दान राशि	एक हज़ार रुपये

और अन्त में राशि प्राप्त करनेवाले के हस्ताक्षर।

अभ्यास : 23.1

नीचे नक़द रसीद का नमूना दिया गया है। इसमें लिखित विवरण को अलग-अलग करके लेखो :

नक़दी रसीद (Cash memo)

अमीन किराना स्टोर, दिल्ली

रसीद नम्बर : 435 फ़ोन : 27465868

नाम : एहतिशाम हैदर दिनांक : 12.11.06

पता : ....

क्रमांक	सामान का विवरण	दर		मात्रा/संख्या	मूल्य	
		रुपये	पैसे		रुपये	पैसे
1.	चीनी	16	00	3 किलोग्राम	48	00
2.	चायपत्ती	180	00	$\frac{1}{2}$ किलोग्राम	90	00
3.	साबुन	09	00	2	18	00
4.	बल्ब	10	00	1	10	00
शब्दों में :	मात्र एक सौ छियासठ रुपये			कुल राशि	166	00

प्राप्तकर्ता के हस्ताक्षर

उधार बिल

किसी दुकानदार से ख़रीदे हुए सामान का मूल्य अगर नक़द न चुकाया जाए तो दुकानदार ख़रीदार को उधार बिल (Credit memo) देता है। उधार के बिल में नक़द रसीद बिल के सभी विवरण के अतिरिक्त देय राशि लिखी होती है। इसपर ख़रीदार के हस्ताक्षर भी लिए जाते हैं।

उधार बिल (Credit memo)

आलीशान प्रोविज़न स्टोर, लखनऊ

बिल नम्बर : 138 फ़ोन : 2636351

नाम : श्री रियाज़ शाह ख़ाँ साहब दिनांक : 09.03.08

पता : मौलवी गंज, लखनऊ

क्रमांक	सामान का विवरण	दर		मात्रा/संख्या	मूल्य	
		रुपये	पैसे		रुपये	पैसे
1.	गेहूँ	10	00	40 किलोग्राम	400	00
2.	चावल	18	00	10 किलोग्राम	180	00
3.	काबुली चना	30	00	$\frac{1}{2}$	15	00
शब्दों में : मात्र पाँच सौ पंचानवे रुपये				कुल राशि	595	00

ख़रीदार का हस्ताक्षर **देय राशि** **दुकानदार का हस्ताक्षर**

जब यह देय राशि दुकानदार प्राप्त करता है, तो बिल ही पर राशि वुसूल हो गई लिखकर देता है या फिर अलग से राशि प्राप्ति की एक रसीद देता है जिसका नमूना निम्नांकित है :

रसीद

आलीशान प्रोविज़न स्टोर, लखनऊ

फ़ोन : 2636351

रसीद नम्बर : 575 दिनांक : 02.03.08

श्री रियाज़ शाह ख़ाँ साहब से बिल नम्बर 138 दिनांक 09/08/03 की देय राशि पाँच सौ पंचानवे रुपये वुसूल हुई।

Rs. 595/= दुकानदार का हस्ताक्षर

बीजक (बिल) तैयार करना

बिल तैयार करने के लिए बिल की प्रविष्टियाँ पूर्ण करनी होती हैं। ख़रीदार ने जो सामान ख़रीदा ो उसकी दर (प्रति इकाई मूल्य) को ख़रीदे हुए माल की संख्या या मात्रा से गुणा करके मूल्य ज्ञात कर ेया जाता है। इस तरह प्रत्येक सामान का मूल्य मालूम करके जोड़ने पर कुल मूल्य ज्ञात हो जाता है। ासे :

अब्दुर्रशीद साहब ने किराना की दुकान से निम्नलिखित सामान ख़रीदा :

चीनी 3 किलोग्राम, 16/- रुपये प्रति किलोग्राम,

चावल 5 किलोग्राम, 20/- रुपये प्रति किलोग्राम।

कपड़े धोने के 6 साबुन 7 रुपये प्रति साबुन।

वेधि :

. सबसे पहले ख़रीदार का नाम लिखेंगे-----अब्दुलरशीद

. पता लिखेंगे-----15 डी ब्लॉक, अबुल फ़ज़्ल इंक्लेव, नई दिल्ली

. तिथि लिखेंगे-----15.10.06

. सामान के विवरण को कॉलम में प्रत्येक वस्तु के नाम लिखेंगे।

. दर के कॉलम में ख़रीदे गए सामान के सामने उसकी दर लिखेंगे।

. संख्या/मात्रा के कॉलम में ख़रीदे गए सामान की संख्या या मात्रा लिखेंगे।

. दर और संख्या या मात्रा को गुणा करके मूल्य ज्ञात करेंगे और उसे मूल्य के कॉलम में लिखेंगे।

ासे : चीनी की दर 16/- रुपये प्रति किलोग्राम के हिसाब से 3 किलोग्राम चीनी ख़रीदी
अर्थात् $16 \times 3 = 48$ रुपये होंगे।
इसी तरह 20 रुपये प्रति किलोग्राम के हिसाब से 5 किलोग्राम चावल का मूल्य।
$= 20 \times 5 = 100$ रुपये

और 7 रुपये प्रति साबुन के हिसाब से 6 अदद साबुन का मूल्य $7 \times 6 = 42$ रुपये होगा जो ूल्य के कॉलम में लिखा जाएगा।

8. कुल राशि ज्ञात करने के लिए मूल्य के कॉलम की राशि को जोड़ेंगे। उसे शब्दों में भी लिखेंगे।

9. अन्त में दुकानदार उस बिल पर अपना हस्ताक्षर करेगा।

नक़दी रसीद (Cash memo)

मामा जी किराना स्टोर

बिल नम्बर : 3040 — फ़ोन : 26311883

नाम : अब्दुर्रशीद साहब — दिनांक : 15.03.08

पता : L-15, अबुल फ़ज़्ल इंक्लेव, नई दिल्ली

क्रमांक	सामान का विवरण	दर		मात्रा/संख्या	मूल्य	
		रुपये	पैसे		रुपये	पैसे
1.	चीनी	16	00	3 किलोग्राम	48	00
2.	चावल	20	00	5 किलोग्राम	100	00
3.	कपड़े धोने का साबुन	07	00	6 प्रति (नग)	42	00
शब्दों में :	मात्र एक सौ नब्बे रुपये			कुल राशि	190	00

हस्ताक्षर

अभ्यास : 23.2

1. निम्नलिखित विवरण के अनुसार नक़द रसीद तैयार कीजिए :

(i) नाम : अकमल ख़ाँ

(ii) पता : 45, जामिया नगर, नई दिल्ली

(iii) दिनांक : 18-03-08

(iv) रेडीमेड शर्ट : 2 अदद, दर 75 रुपये प्रति शर्ट

(v) तौलियां : 3 अदद, दर 35 रुपये प्रति तौलिया

(vi) रूमाल : 5 अदद, दर 15 रुपये प्रति रूमाल

नक़दी रसीद (Cash memo)

बाबा रेडीमेड स्टोर

बिल नम्बर : 370 फ़ोन : 26388471

नाम : दिनांक :

पता :

क्रमांक	सामान का विवरण	दर		मात्रा/संख्या	मूल्य	
		रुपये	पैसे		रुपये	पैसे
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
शब्दों में :-				कुल राशि		

हस्ताक्षर

2. निम्नलिखित वर्णन के अनुसार उधार बिल तैयार कीजिए :

नाम : ख़ालिद सैफ़ुल्लाह साहब

प्रधानाध्यापक उर्दू प्राइमरी स्कूल, आगरा

दिनांक : 15.03.08

(i)	टेस्ट ट्यूब	16	दर	4 रुपये प्रति (नग)
(ii)	बीकर	4	दर	55 रुपये प्रति (बीकर)
(iii)	पोटाशियम परमैग्नेट	2	दर	40 रुपये प्रति पैकेट (250 ग्राम)
(iv)	स्प्रिट लैम्प	3	दर	60 रुपये प्रति लैम्प

उधार बिल (Credit memo)

अबुल कलाम साइंस मेडिकल स्टोर, आगरा

बिल नम्बर : 503 फ़ोन : 2364219

नाम : दिनांक :

पता :

क्रमांक	सामान का विवरण	दर		मात्रा/संख्या	मूल्य	
		रुपये	पैसे		रुपये	पैसे
1.						
2.						
3.						
4.						

शब्दों में (कुल राशि) : कुल राशि

ख़रीदार का हस्ताक्षर **दुकानदार का हस्ताक्षर**

3. अगर इस उधार बिल की देय राशि 20.02.2008 को उर्दू प्राईमरी स्कूल के प्रधानाध्यापक की ओर से प्राप्त हुई हो, तो उसकी रसीद बनाइए।

नक़दी रसीद (Cash memo)

अबुल कलाम साइंस मेडिकल स्टोर, आगरा

बिल नम्बर : 710 फ़ोन : 364219

दिनांक :

श्री .... से बिल नम्बर ....
दिनांक .... की देय राशि ....
..................रुपये प्राप्त हुए।

हस्ताक्षर

Rs...........

अध्याय : 24

ज्यामिति (Geometry)

बिन्दु, रेखा और तल

Point, Line and Plane

बिन्दु (Point)

पेंसिल की नोक से किसी पृष्ठ पर लगाए गए बारीक निशान (.) को बिन्दु कहते हैं। प्रत्येक बिन्दु का निश्चित स्थान होता है।

A.   .B

.C

बिन्दु को हम अंग्रेज़ी वर्णमाला के बड़े अक्षर जैसे : A, B, C, इत्यादि से व्यक्त करते हैं। दी गई आकृति में इन्हें बिन्दु A, बिन्दु B या बिन्दु C पढ़ेंगे।

अभ्यास : 24.1

1. अपनी कॉपी के पृष्ठ पर दो बिन्दु लगाओ और उनके नाम लिखो।
2. दी गई आकृति में बिन्दुओं के नाम पढ़ो :

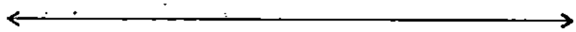
.P   .Q

.R

3. अपनी कॉपी के पृष्ठ पर A, B, C, D, E और F बिन्दु के निशान लगाकर उन्हें नामांकित करो।

रेखा (Line)

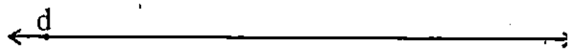
तुम अपनी कॉपी पर एक बिन्दु लगाओ और उसके दोनों ओर सटे हुए बिन्दु लगाते जाओ औ कल्पना करो कि ये बिन्दु अनन्त सीमा तक बढ़ रहे हैं। इस तरह बननेवाली आकृति रेखा कहलाती है



व्यावहारिक रूप से हम काग़ज़ पर रेखा का एक खण्ड बनाते हैं और उसके दोनों सिरों पर ती का निशान लगाकर उसकी अनन्तता को दर्शाते हैं।

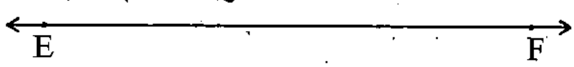
रेखा के नामांकरण की विधि :

पहली विधि में रेखा के एक सिरे की तरफ़ अंग्रेज़ी वर्णमाला का छोटा अक्षर लिख दिया जात है। इस आकृति को ध्यान से देखो :



इस रेखा का नाम d है।

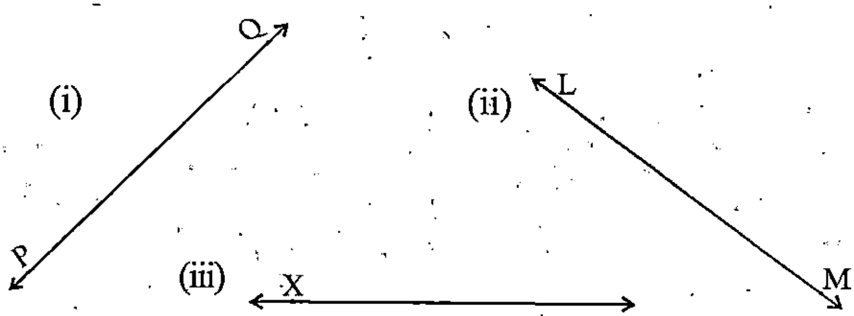
दूसरी विधि में रेखा पर मौजूद दो बिन्दु अंकित किए जाते हैं :



इस रेखा को $\overleftrightarrow{EF}$ लिखा और पढ़ा जाता है।

अभ्यास : 24.2

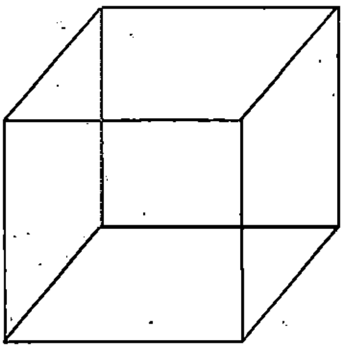
1. अपनी कॉपी के पृष्ठ पर एक रेखा खींचो और अंग्रेज़ी के छोटे अक्षरों में उसका नाम लिखो।
2. अपनी कॉपी के पृष्ठ पर एक रेखा खींचो और दो बिन्दुओं से उसे नामांकित करो।
3. दी हुई रेखाओं के नाम लिखो :



तल (Plane)

निम्नांकित आकृतियों को ध्यान से देखो :

घन



पत्थर



फ़ुटबॉल



ठोस आकृति की सतह समतल भी हो सकती है और असमतल भी। घन (Cube) की सतह समतल होती है और पत्थर के टुकड़े की सतह असमतल। समतल सतह को समतल पृष्ठतल कहते हैं।

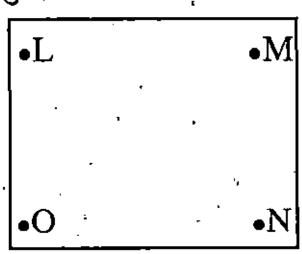
समतल पृष्ठतल की यह विशेषता है कि वह प्रत्येक दिशा में असीमित (अनन्त) रूप से फैली हुई होती है।

दीवार, फ़र्श, छत, मेज़ की ऊपरी सतह आदि समतल पृष्ठीय वस्तुओं के निकटतम उदाहरण हैं। रेखा की तरह तल किसी आकृति के माध्यम से नहीं दिखा सकते, क्योंकि वह प्रत्येक दिशा में असीमित रूप में फैली हुई होती है। रेखा ही की भाँति हम इसका एक हिस्सा दिखा सकते हैं। सामान्य रूप से हम, समतल तल को आयत या समबाहु चतुर्भज (वर्ग) के रूप में दर्शाते हैं।

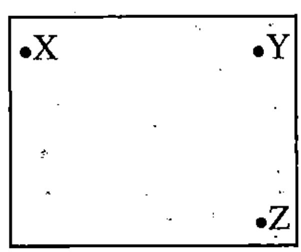
तल को नाम देने की विधि :

तल का नाम तीन या तीन से अधिक बिन्दुओं की सहायता से दिया जाता है, लेकिन यह शर्त है कि बिन्दु एक ही रेखा पर स्थित न हो।

(i)



(ii)



आकृति नम्बर (i) तल LMNO है

आकृति नम्बर (ii) में तल XYZ है

अभ्यास : 24.3

1. अपनी कॉपी के पृष्ठ पर एक तल बनाओ और उसे RST का नाम दो।

2. ABCD के नाम से एक तल बनाओ।

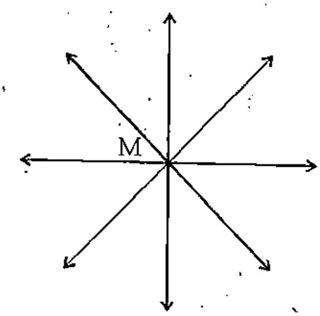
तल में बिन्दुओं और रेखाओं के मध्यवर्ती संबंध को आद्य बिन्दु कहते हैं।

आओ, कुछ आद्य बिन्दुओं को देखें।

स्पष्टीकरण (1) : अपनी कॉपी पर एक बिन्दु बनाओ और उसका नाम M दो।

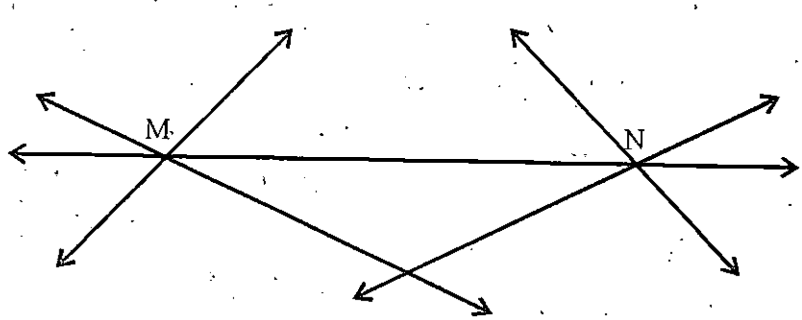
अब बिन्दु M से गुज़रनेवाली एक रेखा खींचो।

इसी तरह M से गुज़रनेवाली कुछ और रेखाएँ खींचो।



क्या तुम बता सकते हो कि इस तरह कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं ? तुम्हारा उत्तर होगा- असीमित या असंख्य, अर्थात् किसी दिए हुए बिन्दु से असंख्य रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

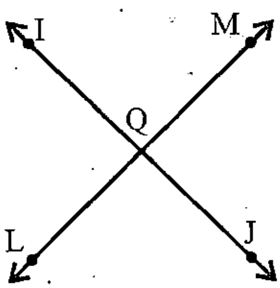
स्पष्टीकरण (2) : एक काग़ज़ पर दो बिन्दु M और N बनाओ। अब इन दो बिन्दुओं से गुज़रनेवाली रेखाएँ खींचो।



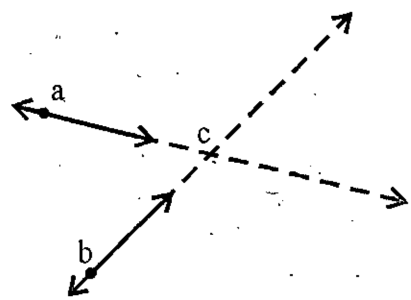
इन रेखाओं को ध्यान से देखो। इनमें से कितनी रेखाएँ M और N दोनों से गुज़रती हैं ? तुम देख रहे हो कि इनमें से केवल एक ही रेखा M और N से होकर गुज़रती है।

किसी तल में दो भिन्न बिन्दुओं से होकर केवल एक ही रेखा गुज़र सकती है।

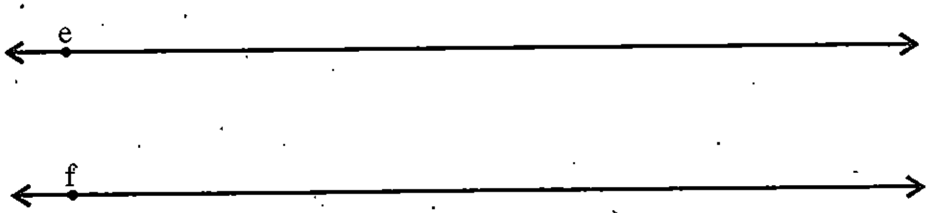
स्पष्टीकरण (3) : तल में दो रेखाओं के बीच सम्बन्ध : एक ही तल में खींची जानेवाली रेखाओं में परस्पर केवल दो तरह के संबंध होते हैं। क्या तुम उन दोनों तरह के संबंधों को बता सकते हो ? आओ, पहले निम्नलिखित आकृतियों पर विचार करें :



आकृति (i)



आकृति (ii)



आकृति (iii)

आकृति (i) : इस आकृति में IJ और LM एक-दूसरे को Q बिन्दु पर काटते हैं। इस बिन्दु को 'प्रतिच्छेदन बिन्दु' कहते हैं।

आकृति (ii) : इसमें रेखाएं a और b (बढ़ाने पर) बिन्दु C पर एक-दूसरे को काटती हैं।

आकृति (iii) : इसमें रेखा e और f एक-दूसरे को कहीं नहीं काटती हैं, ऐसी रेखाएँ, समानान्तर रेखाएँ, कहलाती हैं।

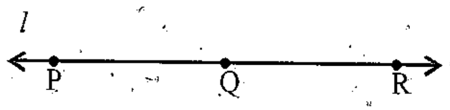
इससे हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि –

एक ही समतल में अवस्थित दो रेखाएँ या तो एंक-दूसरे को काटेंगी या एक-दूसरे की समानान्तर होंगी, इसके अतिरिक्त कोई तीसरी आकृति नहीं बन सकती।

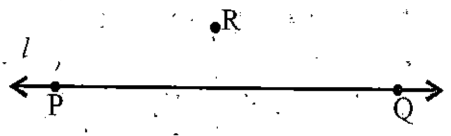
संरेखीय और असंरेखीय बिन्दु

सबसे पहले तुमने देखा कि एक तल में स्थित एक बिन्दु से असंख्य रेखाएँ खींची जा सकती जबकि किसी तल में स्थित दो बिन्दुओं से केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है।

अब हम देखेंगे कि एक तल में स्थित तीन बिन्दुओं से कितनी और किस तरह की रेखाएँ ची जा सकती हैं।



आकृति (i)



आकृति (ii)

र की आकृति से स्पष्ट है कि बिन्दु R या तो रेखा l पर स्थिति होगी या फिर रेखा l के बाहर स्थित ी।

पहली स्थिति में यानी आकृति (i) में बिन्दु P, Q, R, एक ही बिन्दु पर स्थित हैं इसलिए ये खीय बिन्दु कहलाते हैं।

अभ्यास : 24.4

कॉपी पर दो बिन्दु I और J लो और उन बिन्दुओं पर से गुज़रती हुई एक रेखा खींचो। उन दोनों बिन्दुओं से गुज़रती हुई और अधिक कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं ?

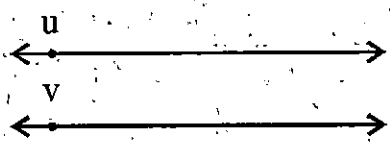
अपनी कॉपी पर एक बिन्दु K बनाओ और उससे गुज़रनेवाली रेखाओं की संख्या बताओ।

3.



क्या रेखाएँ s और t समानान्तर रेखाएँ हैं ? अगर नहीं तो क्यों ?

4.



रेखाएँ u और v एक ही तल पर स्थित हैं। क्या वे एक-दूसरे को काटेंगी ?

5. अगर एक ही तल में स्थित दो रेखाएँ एक-दूसरे को नहीं काटती हों तो उन दोनों रेखाओं व परस्पर क्या संबंध होगा ?

6. आकृति देखकर बताओ, क्या बिन्दु R, S, T और U संरेखीय हैं ?



7. एक रेखा a पर बिन्दु A, B, C, D और E इस तरह लो कि ये सभी बिन्दु संरेखीय हो जाएँ।

8. .X .V

.Y .W .U

स्केल (पटरी) की सहायता से जाँचकर बताओ कि निम्नलिखित बिन्दु संरेखीय हैं।

(i) u, w, y

(i) w और x

(iii) u, w और x

(iv) v और w

. पाँच संरेखीय बिन्दुओं पर से गुज़रनेवाली कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं ?

0. किसी तल पर स्थित चार रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु अधिक-से-अधिक कितने हो सकते हैं ? बनाकर दिखाओ।

1. सही कथन पर सही का चिह्न (✓) और ग़लत पर ग़लत का चिह्न (✗) लगाओ :

(i) अंक-विज्ञान में रेखा का तात्पर्य केवल सरल रेखा होता है।

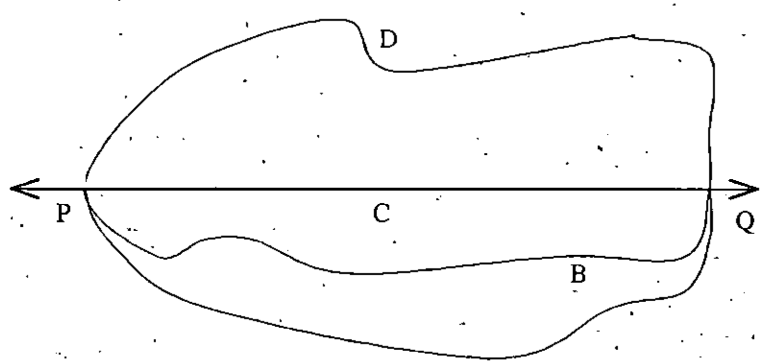
(ii) दिए हुए तल में दो सरल रेखाएँ हमेशा दो बिन्दुओं पर एक-दूसरे को काटती हैं।

(iii) दो दिए हुए बिन्दुओं से दो भिन्न रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

(iv) पाँच बिन्दु संरेखीय हो सकते हैं, शर्त यह है कि उनमें से कोई तीन बिन्दु एक ही रेखा पर स्थित हों।

रेखाखण्ड

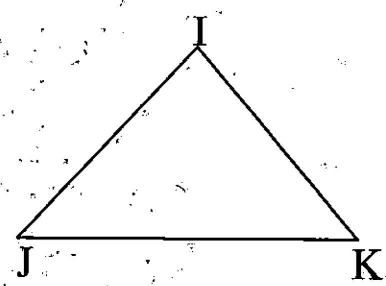
खण्ड का तात्पर्य है– टुकड़ा। इस तरह रेखाखण्ड, रेखा का एक टुकड़ा होता है। नीचे दी हुई ाकृति में P से Q तक किस संक्षिप्ततम विधि से पहुँच सकते हैं ?



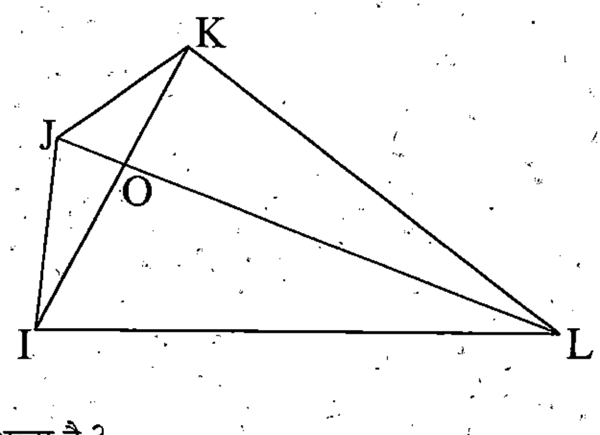
तुम आसानी से बता सकते हो कि P से Q तक पहुँचने के लिए सबसे छोटा रास्ता PCQ है। इस प्रकार PQ एक रेखाखण्ड हुआ। P और Q इस रेखाखण्ड के दोनों छोरों के बिन्दु हैं। रेखाखण्ड को संक्षेप में केवल रेखा भी कहते हैं।

अभ्यास : 24.5

1. अपनी कॉपी पर M और N दो बिन्दु लो और रेखा MN बनाओ।
2. निम्नलिखित आकृति को ध्यानपूर्वक देखो और इनमें मौजूद रेखाखण्डों के नाम लिखो :



3. दी हुई आकृति में कितनी रेखाएँ हैं ?



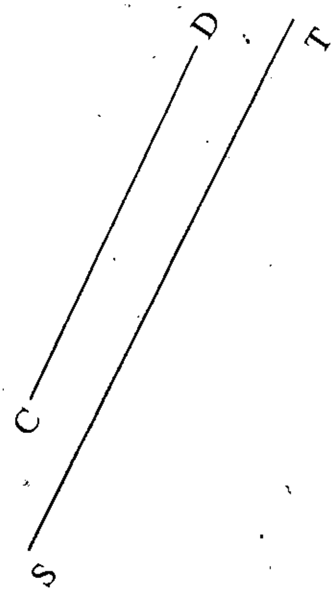
4. रेखा और रेखाखण्ड में क्या अन्तर है ?

रेखाखण्ड की तुलना

रेखाखण्ड CD और रेखाखण्ड ST को देखकर बताओ कि कौन-सा रेखाखण्ड बड़ा है ? निश्चय ही तुम यही कहोगे कि रेखा ST, रेखा CD से बड़ी है। और यह बात तुमने अवलोकन से बताई है। किन्हीं दो रेखाओं की तुलना इसके अतिरिक्त निम्नलिखित दो और विधियों से की जा सकती है।

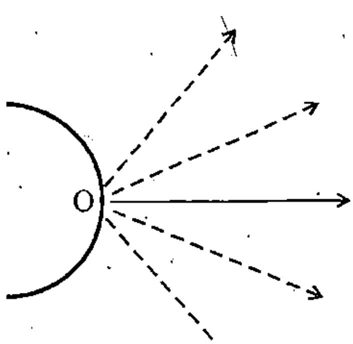
(i) नापनेवाले परकार (विभाजक) के द्वारा।

(ii) पटरी (Scale) के द्वारा नाप कर।



किरण और कोण

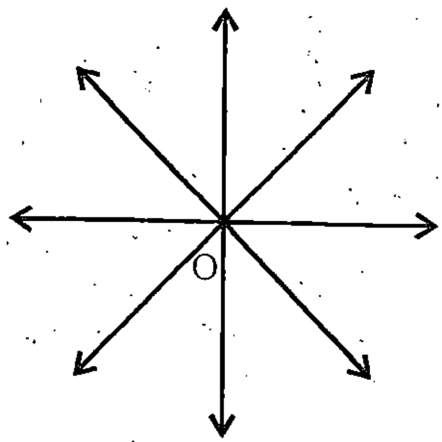
किरण : सूरज से निकलनेवाली किरणों का तुम प्रतिदिन अवलोकन करते हो, लेकिन क्या तुम बता सकते हो कि ज्यामिति की भाषा में किरण किसे कहते हैं ? अर्थात् किरण की परिभाषा क्या है ?



दाईं ओर की आकृति में किरणें जहाँ से निकल रही हैं उनके उद्‌गम स्थान का नाम O रखा गया है। O से निकलने वाली किरणें अनन्त सीमा तक बढ़ती जाती हैं। तीर का चिह्न उसकी अनन्तता को दिखा रहा है।

इस प्रकार किरण रेखा के उस हिस्से को कहते हैं जो अपने उद्‌गम स्थान से निकल कर एक विशेष दिशा में अनन्त सीमा तक होती है।

क्रिया : अपनी कॉपी पर एक बिन्दु O बनाओ। इस बिन्दु को आद्य-बिन्दु मानकर विभिन्न दिशाओं में किरणें खींचो। तुम इस तरह की कितनी किरणें खींच सकते हो ? स्पष्ट है कि इस तरह अनगिनत किरणें खींची जा सकती हैं। क्या किरणों की लम्बाई को नापा जा सकता है ? निस्सन्देह नहीं, क्योंकि किरणें अपने आद्य-बिन्दु से निकलकर एक दिशा में असीम होती हैं। क्या किसी किरण को कागज़ पर उतारा जा सकता है ? यह भी संभव नहीं है। हाँ, हम इसे आकृति की सहायता से स्पष्ट कर सकते हैं।

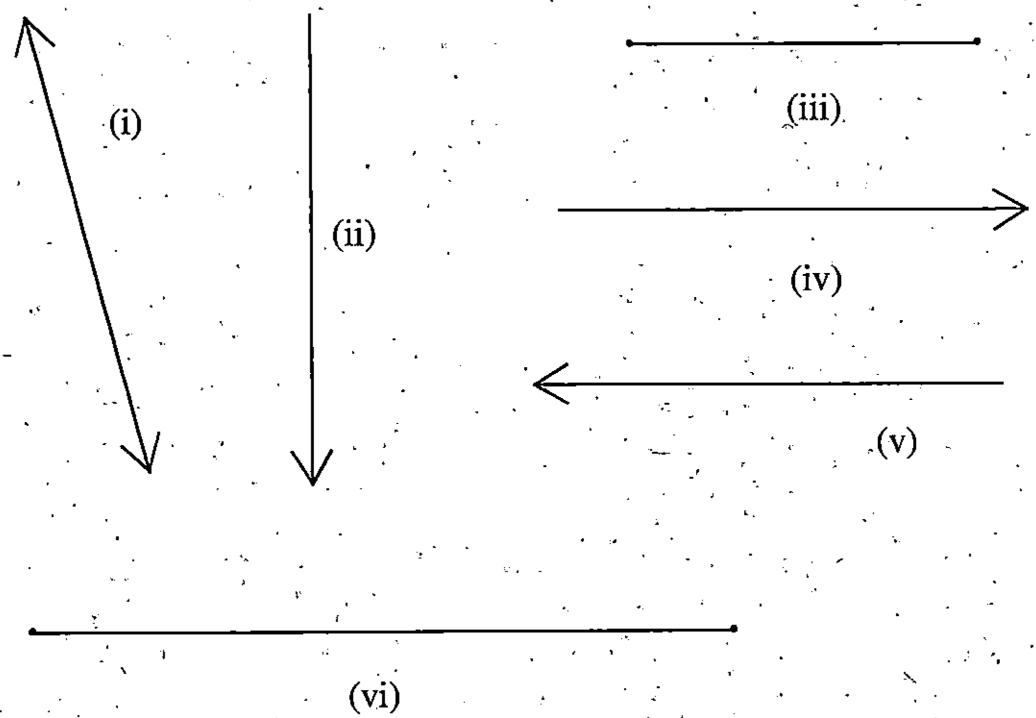


तुलना

रेखाखण्ड	किरण	रेखा
☆ रेखाखण्ड को हम कागज़ पर खींच सकते हैं।	☆ हम कागज़ पर किरण नहीं खींच सकते लेकिन उसे आरेख या आकृति द्वारा दर्शा सकते हैं।	☆ हम कागज़ पर रेखा को नहीं खींच सकते हैं, किन्तु उसे आरेख या आकृति द्वारा दर्शा सकते हैं।
☆ रेखाखण्ड की एक निश्चित लम्बाई होती है।	☆ किरण की कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती है। वह एक ओर अनन्त सीमा तक फैली होती है।	☆ रेखा की कोई निश्चित माप नहीं होती है। यह दोनों ओर अनन्त सीमा तक फैली होती है।
☆ रेखाखण्ड के दो अन्त-बिन्दु या अन्तर बिन्दु होते हैं।	☆ किरण का केवल एक अन्त-बिन्दु होता है।	☆ रेखा का कोई अन्त-बिन्दु नहीं होता हैं।
☆ x•—•y एक रेखाखण्ड को दर्शाता हैं।	☆ x⟶y एक किरण को दर्शाता है।	☆ x⟷y एक रेखा, को दर्शाता है।

अभ्यास : 24.6

नीचे जो रेखाखण्ड, किरण या रेखाएँ हैं, उनपर यथोचित बिन्दु देकर उनके नाम लिखो :

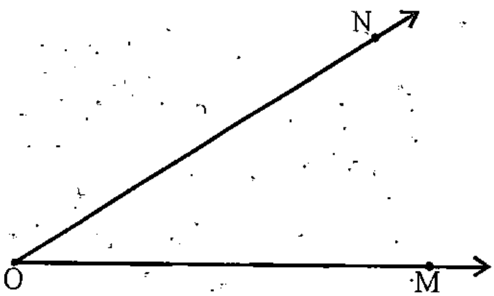


अध्याय : 25

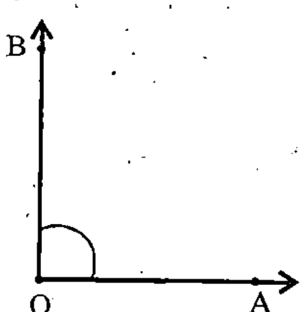
कोण
(Angle)

कोण :

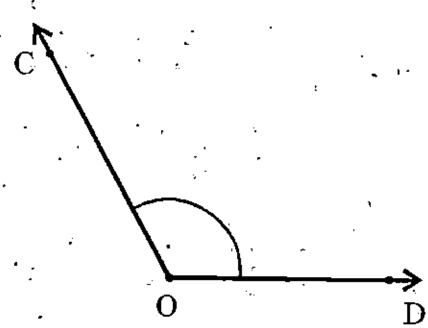
एक ही बिन्दु से निकलनेवाले दो असंरेखीय बिन्दुओं से बननेवाली किरणों के समूह को कोण कहते हैं।



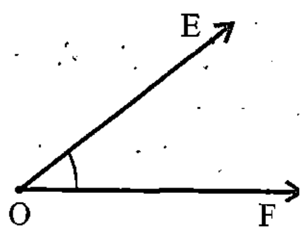
उपर्युक्त आकृतियों को ध्यान से देखो। इनमें दोनों भुजाओं का एक छोर संयुक्त या उभयनि है। आकृति में किरण या भुजा ON और किरण OM आद्य-बिन्दु है, जो दोनों किरणों में संयुक्त र उभयनिष्ठ है। ऐसी आकृति कोण कहलाती है।



आकृति (i)



आकृति (ii)



आकृति (iii)

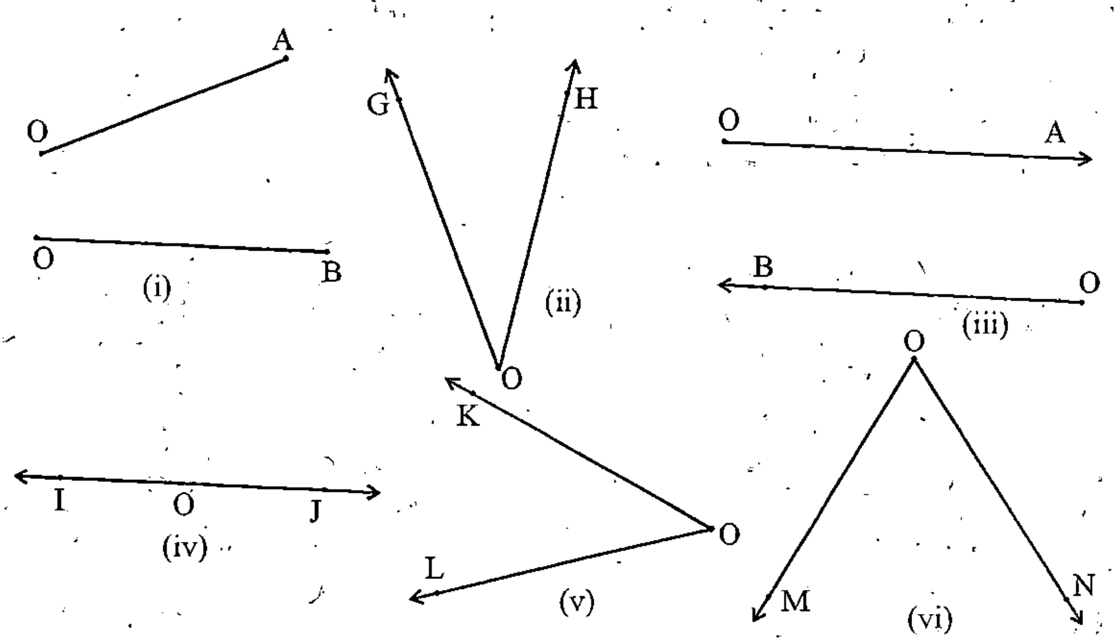
आकृति (i) में बिन्दु O 'शीर्ष' है और किरण OA और किरण OB इसकी दो भुजाएँ हैं। इसी ह आकृति (ii) और (iii) में O बिन्दु शीर्ष है और किरण OC, OD और किरण OE, OF क्रमश: कोणों की भुजाएँ हैं।

यह बात ध्यान में रहे कि कोण के नाम को दर्शाने के लिए अंग्रेज़ी भाषा के बड़े अक्षर प्रयुक्त ए जाते हैं। अंग्रेज़ी अक्षर की जगह हिन्दी अक्षर भी प्रयुक्त किए जा सकते हैं। उपर्युक्त आकृति (i) के ण को तुम दो तरह से पढ़ सकते हो, कोण AOB या कोण BOA। मूलत: शीर्ष-बिन्दु का बीच में ना अनिवार्य है। कोण को प्रदर्शित करने के लिए '∠' चिह्न का प्रयोग किया जाता है। जैसे : कोण OB को ∠AOB लिख सकते हो। इसी तरह कोण BOA को ∠BOA लिखा जाएगा।

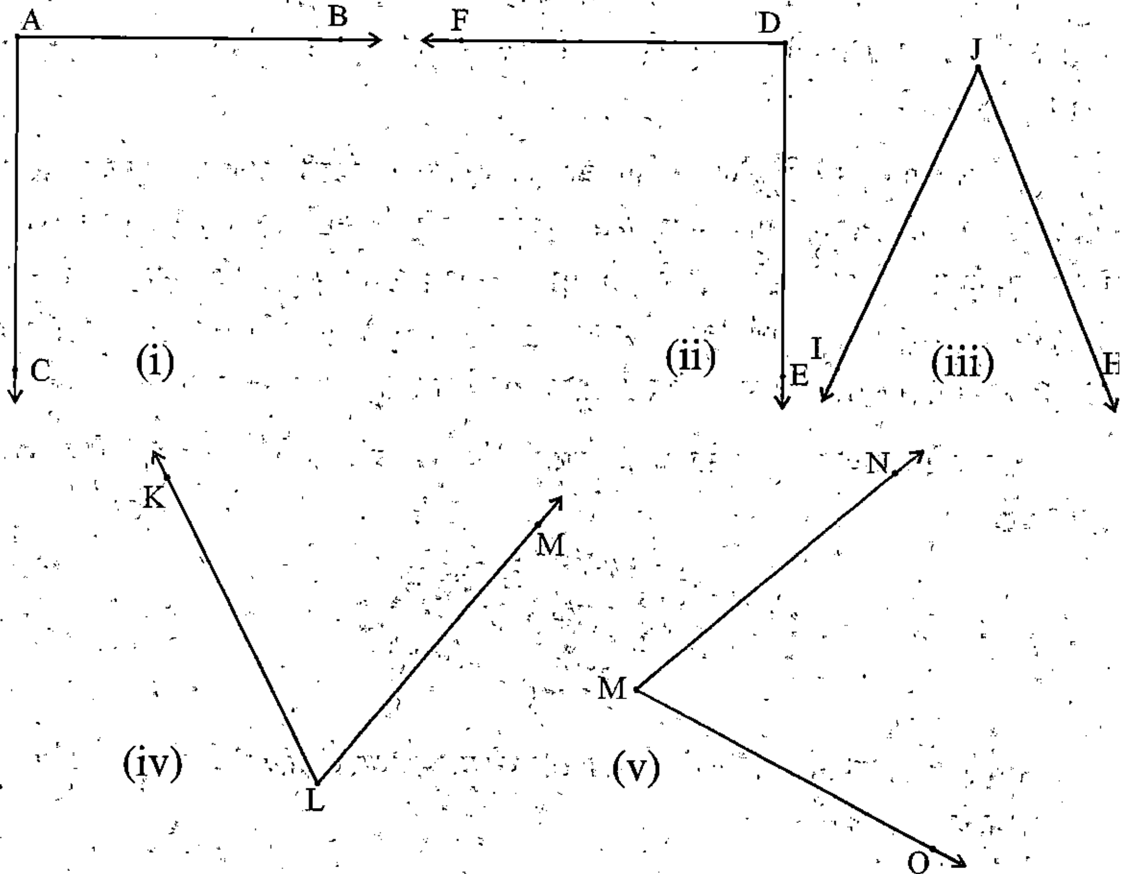
संक्षेप में कोण को केवल उसके नाम से भी पुकारा जा सकता है। जैसे : ∠AOB को केवल ∠O भी ह सकते हैं।

अभ्यास : 25.1

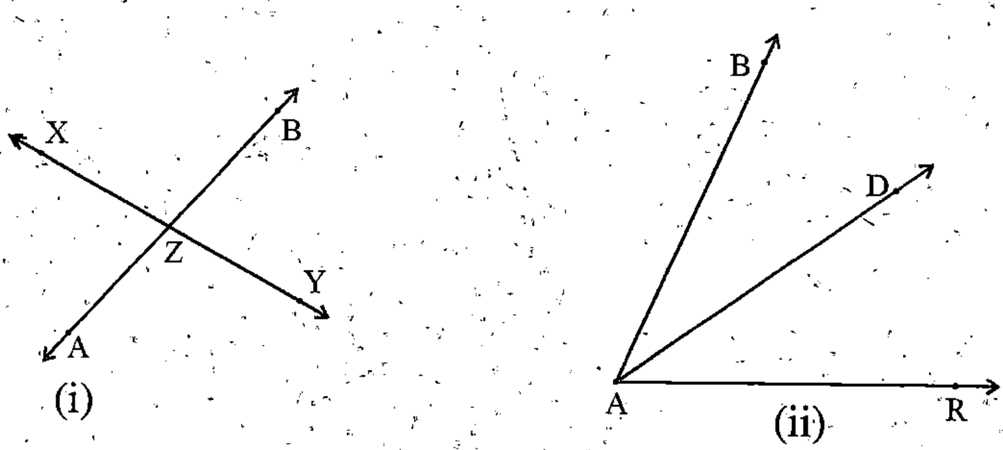
निम्नांकित आकृतियों को ध्यान से देखो और कोण बनानेवाली आकृतियों के नम्बर और उन कोणों के नाम लिखो :



2. पहले निम्नलिखित कोणों के शीर्ष बिन्दुओं को लिखो, फिर उनके संक्षिप्त नाम लिखो :

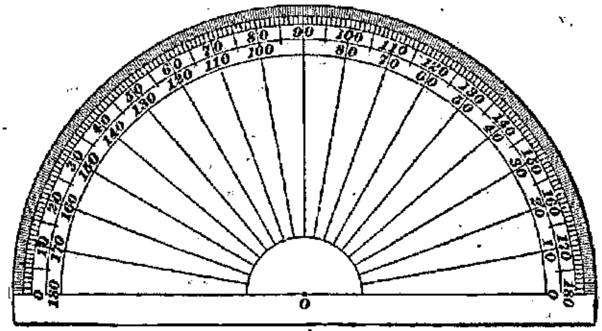


(3) निम्नलिखित आकृतियों में बननेवाले सभी कोणों के नाम लिखो :

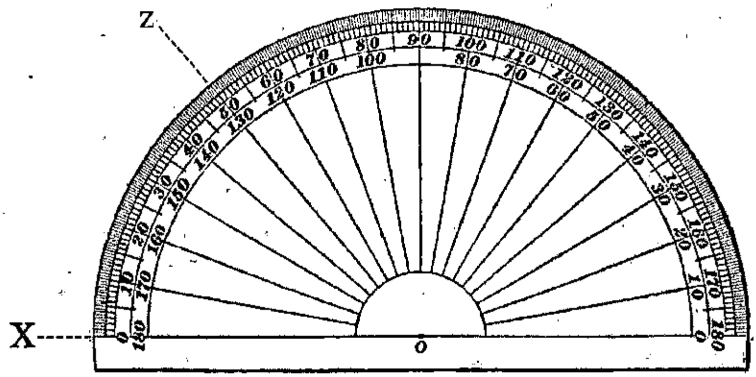


कोण की माप (Measurment of Angle)

कोणों की माप डिग्री में की जाती है। डिग्री के लिए चिह्न 'o' है और इसे कोण को दर्शानेवाली संख्या के ऊपर दाईं ओर लिखा जाता है। कोण नापने के लिए चाँद (Protractor) का प्रयोग किया जाता है। तुम अपने ज्यामितीय बॉक्स से चाँद निकालकर देखो। इसकी आकृति निम्न आकृति की तरह होती है :



तुम देख रहे हो कि चाँद की तरह के अर्द्धवृत्त को 180 भागों में बाँटा गया है और उसे 0° से 180° तक चिह्न के द्वारा दर्शाया किया गया है। 0 और 180 को मिलानेवाली रेखा को आधार-रेखा (Base Line) कहते हैं। आधार-रेखा का मध्य बिन्दु चाँद (Protractor) का केन्द्र कहलाता है। इसी चाँद या प्रोट्रेक्टर की मदद से कोणों की माप करते हैं। मान लो कि हमें∠XOZ की माप करनी है। इसकी माप के लिए हम निम्नलिखित विधियाँ अपनाएँगे :



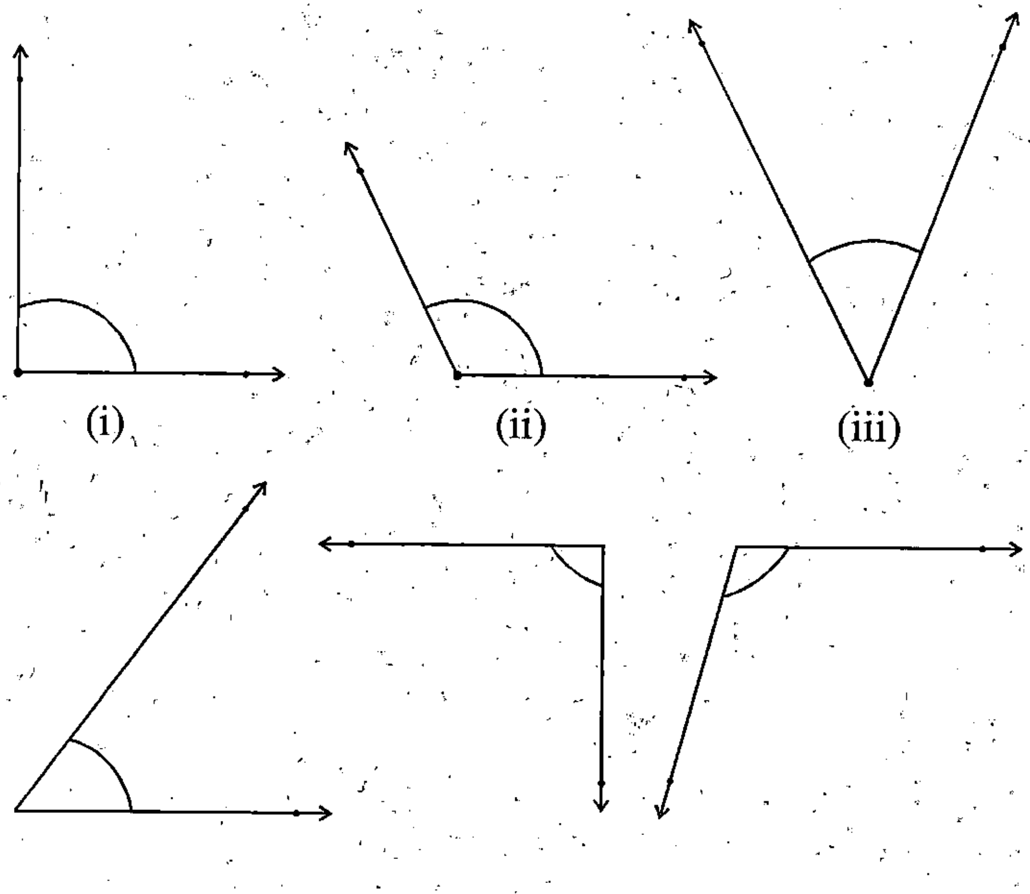
चरण (i) : चाँद का केन्द्र कोण के शीर्ष पर इस तरह रखो कि आधार-रेखा उस कोण की एक भुजा पर रहे। स्पष्ट रहे कि आधार-रेखा पर चाँद का शून्य डिग्री होगा।

चरण (ii) : अब अन्तः या बाह्य स्केल की ओर देखो, जो शून्य से शुरू होती है। कोण की दूसरी किरण जहाँ चाँद के निशान को काटती हुई गुज़रती है उस निशान को पढ़ो। ऊपर आकृति (i) में कोण की माप 50 डिग्री (50°) है और इसे इस तरह लिखेंगे :

$$\angle XOZ = 50°$$

अभ्यास : 25.2

1. निम्नांकित कोणों की माप मालूम करो :



(i) (ii) (iii)

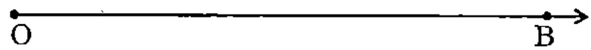
(iv) (v) (vi)

कोण बनाना

मान लो कि 60° का कोण बनाना है।

इसके लिए सबसे पहले हमें एक किरण OB खींचनी होगी।

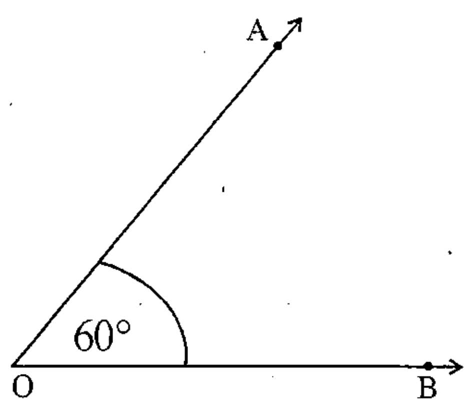
यह किरण आधार-रेखा होगी।



हमें बिन्दु O पर 60° का कोण बनाना है।

इसके लिए आधार-किरण OB पर चाँद को इस तरह रखो कि चाँद का केन्द्र 'O' पर हो और आधार-रेखा आधार-किरण को पूरी तरह ढक ले।

कोण की माप करते समय तुम जिस तरह चाँद पर माप की गणना करते हो, उसी तरह अब आधार-किरण से ऊपर 60° के चिह्न पर पेंसिल से एक बिन्दु लगाओ। अब चाँद को हटाकर उस बेन्दु (A) को शीर्ष बिन्दु 'O' से मिलाओ। इस तरह अब 60° माप का कोण AOB बन गया।



अभ्यास : 25.3

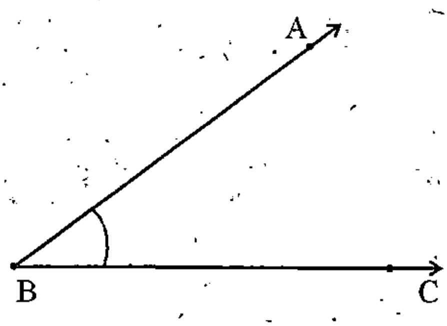
निम्नांकित मापों के कोण बनाओ :

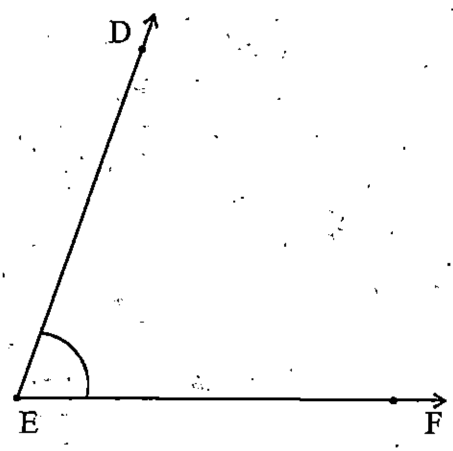
1.	40°	2.	30°	3.	90°
4.	45°	5.	75°	6.	85°
7.	100°	8.	110°	9.	165°

कोणों की तुलना

निम्नलिखित कोणों $\angle$ ABC और $\angle$ DEF पर विचार करो।

और चाँद से नाप कर उनकी माप बताओ :

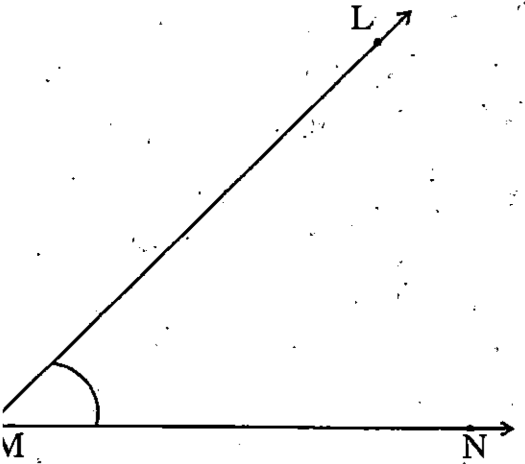


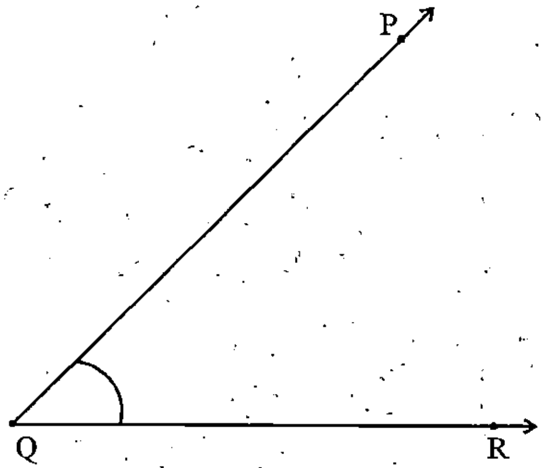


नाप करने पर तुम देखोगे कि :

$\angle$ ABC की माप 30° है, जब कि $\angle$ DEF की माप 70 है।

इस तरह $\angle$ DEF, $\angle$ ABC से बड़ा कोण हुआ।



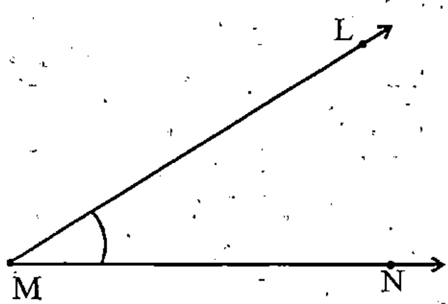


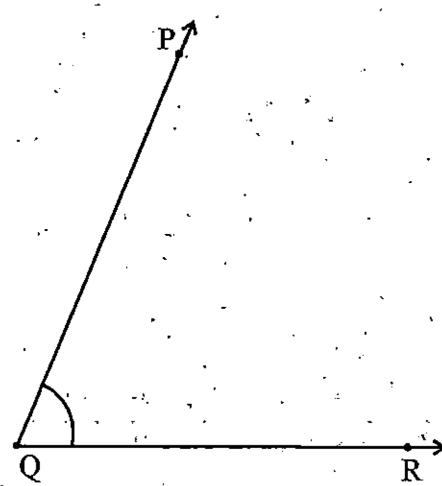
उपर्युक्त कोणों की माप करके बताओ कि दोनों में से कौन बड़ा है। माप करने पर तुम्हें ज्ञात गा कि दोनों का माप एक समान 40° है। इस तरह यह बात स्पष्ट होती है कि कोण का बड़ा या छोटा ना केवल उसकी माप पर निर्भर है, न कि उसकी भुजाओं की लम्बाई पर।

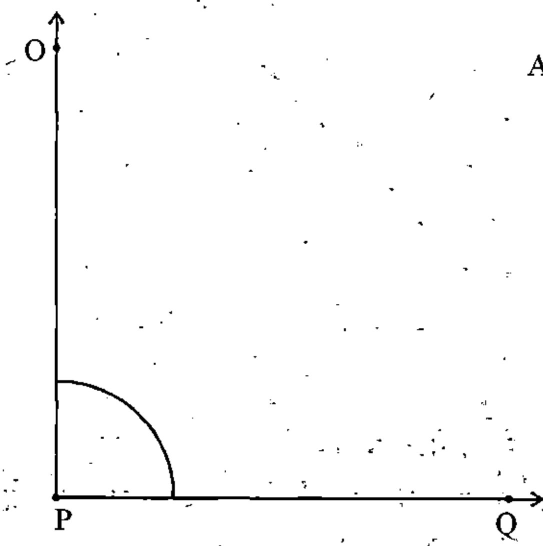
अभ्यास : 25.4

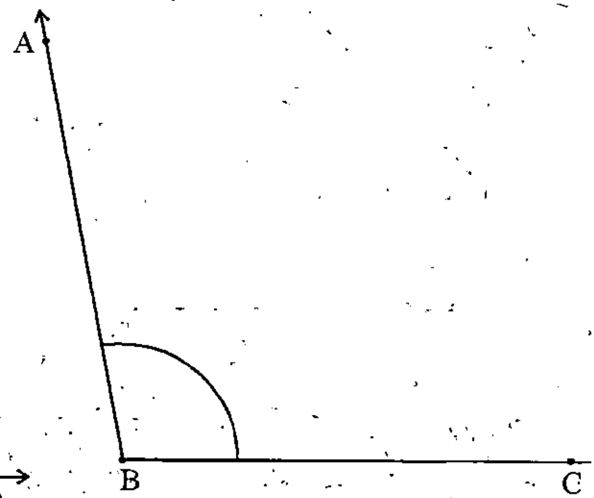
निम्नांकित कोणों की जोड़ियों में से छोटे और बड़े कोणों के नाम लिखो :

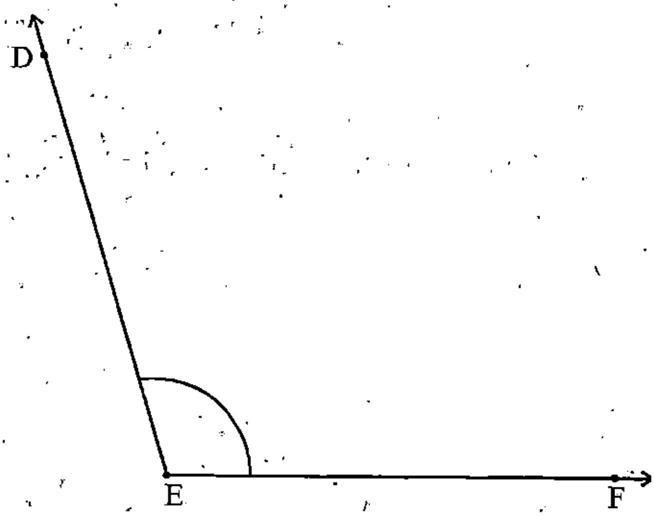
1.

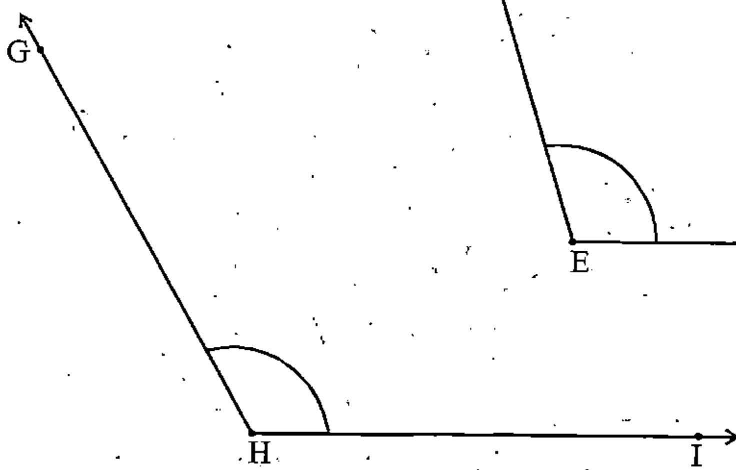





O
P
Q

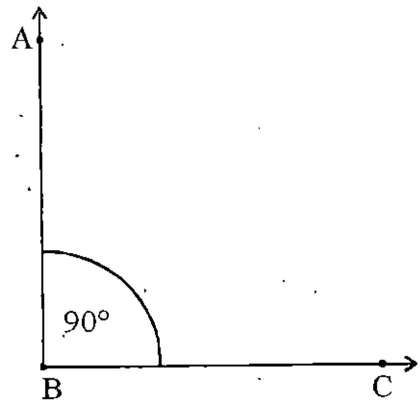

A
B
C


D
E
F


G
H
I

कोणों के प्रकार

माप की दृष्टि से कोण पाँच प्रकार के होते हैं :



1. **समकोण (Right Angle) :**

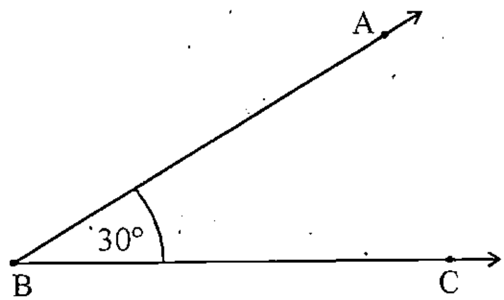
∠ABC की माप 90° है।

ऐसा कोण, समकोण कहलाता है।

90° की माप के कोण को समकोण (Right Angle) कहते हैं।

2. **न्यूनकोण (Acute Angle) :**

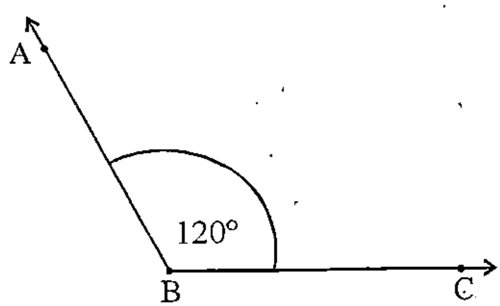
दाईं ओर की आकृति में दिए गए कोण की माप 30° है। यह 90° से कम है।



ऐसे समस्त कोण जिनकी माप 90° से कम हो न्यूनकोण कहलाते हैं

3. **अधिक कोण (Obtuse Angle) :**

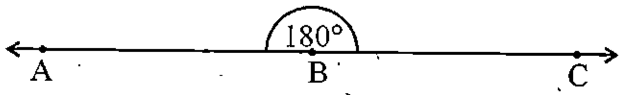
∠ABC 120° के बराबर है। यह 90° से बड़ा है।



ऐसे समस्त कोण जिनकी माप 90° और 180° के बीच हो, अधिक कोण कहलाते हैं।

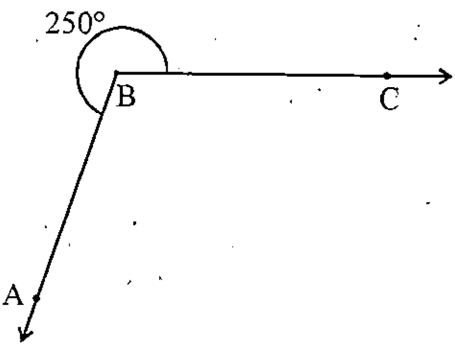
4. सरल कोण (Straight angle) :

ऐसा कोण जो 180° के बराबर हो, सरल कोण कहलाता है।



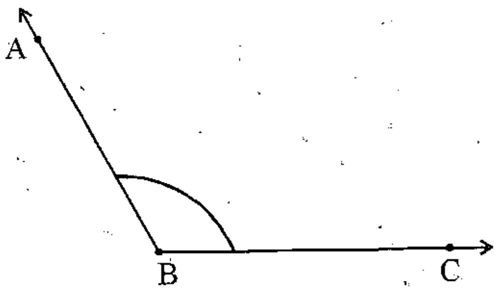
5. प्रतिवर्ती कोण (Reflex angle) :

180° से बड़े कोण को प्रतिवर्ती कोण कहते हैं।

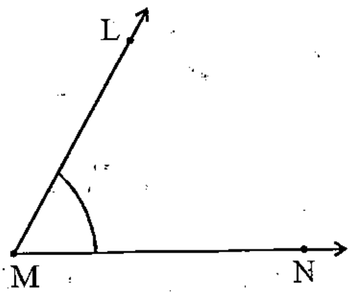


अभ्यास : 25.5

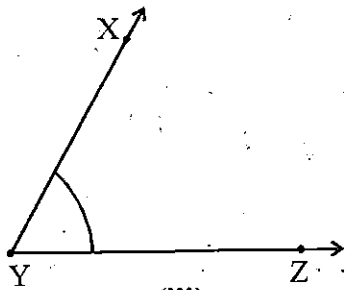
(1) निम्नांकित कोणों में से न्यून कोण, अधिक कोण, समकोण, प्रतिवर्ती कोण और सरल कोण को पहचान कर उनके नाम लिखो :



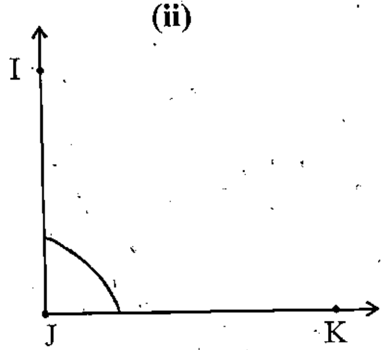
(i)



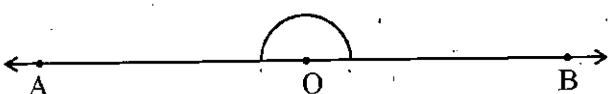
(ii)



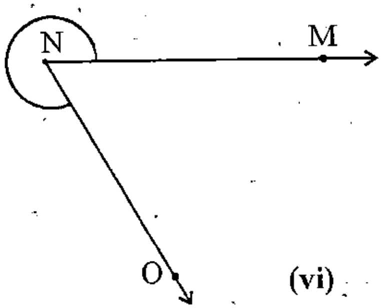
(iii)



(iv)



(v)



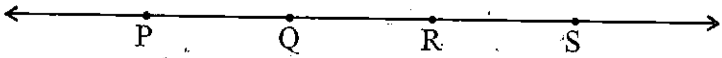
(vi)

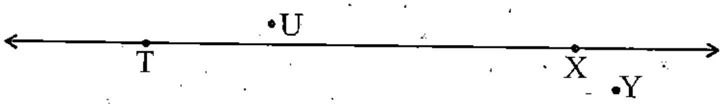
अध्याय : 26

त्रिभुज

(Triangle)

संरेखीय एवं असंरेखीय बिन्दु :

1. 

2. 

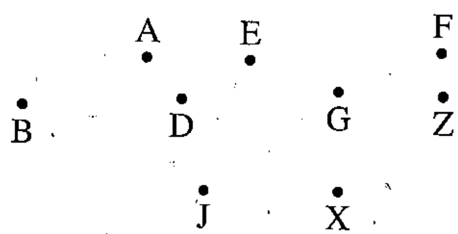
रेखा नम्बर (1) में बिन्दु PQRS एक ही रेखा पर स्थित हैं।

और रेखा (2) में बिन्दु TUXY एक रेखा पर स्थित नहीं हैं।

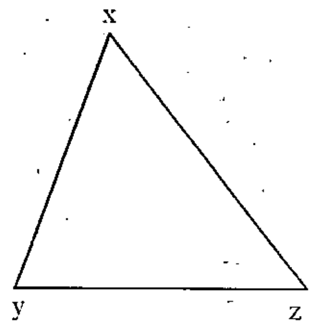
> एक ही रेखा पर स्थित बिन्दु, संरेखीय बिन्दु कहलाते हैं।
> और ऐसे बिन्दु जो एक रेखा पर स्थित न हों, असंरेखीय बिन्दु कहलाते हैं।

अभ्यास : 26.1

1. एक रेखाखण्ड खींचो। उस पर संरेखीय बिन्दु PQRST के निशान लगाओ।
2. रेखा खींचकर यह ज्ञात करो कि नीचे के बिन्दु संरेखीय हैं या नहीं :



त्रिभुज : तीन रेखाखण्डों से घिरी हुई आकृति त्रिभुज कहलाती हैं। यहाँ तीन भुजाएँ xy, yz और xz हैं। एक त्रिभुज में तीन कोण होते हैं।

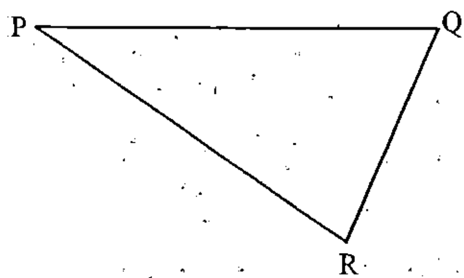


इस त्रिभुज में तीन कोण $\angle x$, $\angle y$ और $\angle z$ हैं। इसी तरह त्रिभुज के तीन शीर्ष-बिन्दु होते हैं। इस त्रिभुज में x, y, z तीन शीर्ष हैं जो सरेखीय नहीं है।

एक तल पर स्थित तीन रेखाखण्डों से घिरी आकृति जिसकी प्रत्येक भुजा शेष दो भुजाओं के शीर्ष से मिलती हो त्रिभुज (Triagnle) कहलाती है।

त्रिभुज को आसानी के लिए △ के चिह्न से दर्शाते हैं।

अभ्यास : 26.2



1. △PQR की भुजाओं के नाम लिखो।
2. △PQR के शीर्ष-बिन्दुओं के नाम लिखो।
3. इस त्रिभुज के कोणों के नाम लिखो।

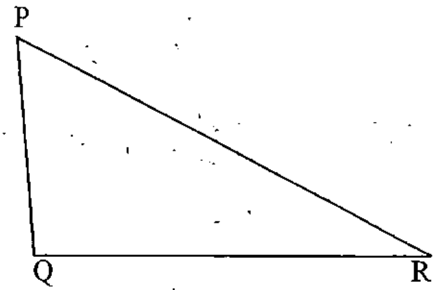
त्रिभुज की विशेषताएँ

△PQR में,

PQ = 3 सेमी

QR = 4 सेमी

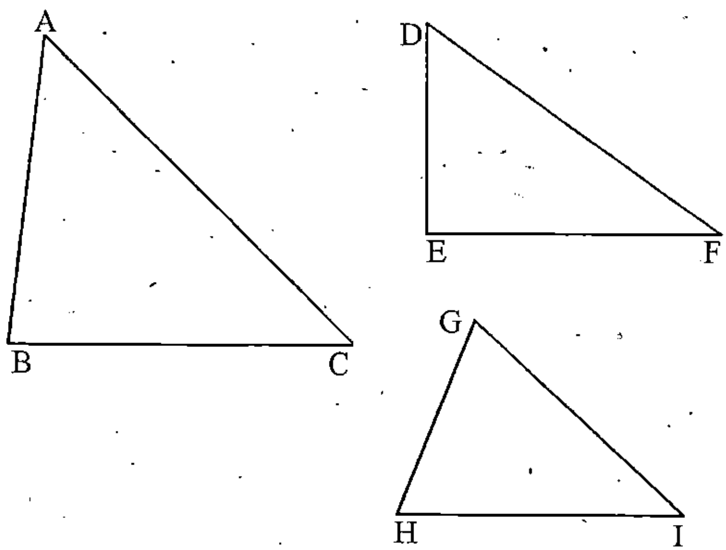
PR = 5 सेमी



- किसी त्रिभुज की दो भुजाओं की लम्बाई का योग तीसरी भुजा की लम्बाई से बड़ा होता है।

उदाहरणार्थ : △PQR में PQ + QR भुजाएँ बड़ी हैं, भुजा PR से।

3 सेमी + 4 सेमी = 7 सेमी, यह बड़ा है 5 सेमी से।



△ABC, △DEF और △GHI के कोणों को मापो। अब प्रत्येक त्रिभुज के तीनों कोण का योगफल निकालो। तुम क्या पाते हो ? तुमने देखा कि त्रिभुज के तीनों कोणों की माप का योगफल 180° आया है।

इस तरह हम कह सकते हैं कि :

किसी भी त्रिभुज के तीनों कोणों की माप का योगफल 180° होता है।

अभ्यास : 26.3

1. निम्नांकित कोणों के मापों को देखकर बताओ कि कौन-सा समूह, त्रिभुज के कोणों का समूह हो सकता है :

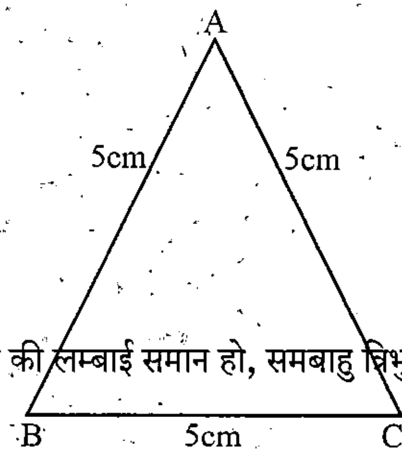
(i)	$\angle A = 40^\circ$	$\angle B = 50^\circ$	$\angle C = 90^\circ$
(ii)	$\angle P = 65^\circ$	$\angle Q = 70^\circ$	$\angle R = 75^\circ$
(iii)	$\angle N = 20^\circ$	$\angle Y = 55^\circ$	$\angle Z = 95^\circ$
(iv)	$\angle L = 30^\circ$	$\angle M = 60^\circ$	$\angle N = 90^\circ$

2. (i) $\triangle ABC$ में $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ हो तो ? $\angle C = ?$

(ii) $\triangle PQR$ में $\angle R = 90^\circ$, $\angle Q = 45^\circ$ हो तो ? $\angle P = ?$

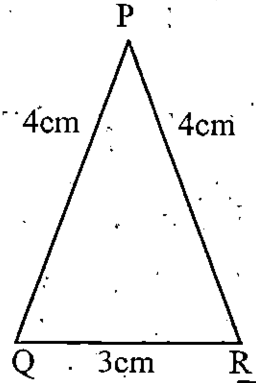
त्रिभुज के प्रकार

☆ **भुजाओं के आधार पर त्रिभुज तीन प्रकार के होते हैं :**

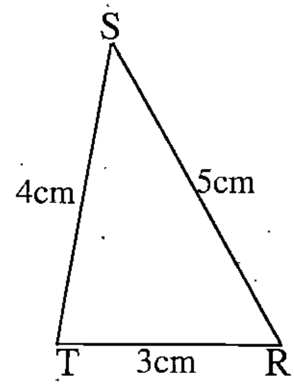


(i) **समबाहु त्रिभुज :** ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाओं की लम्बाई समान हो, समबाहु त्रिभुज कहलाता है।

(ii) **समद्विबाहु त्रिभुज :** ऐसा त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ समान हों, समद्विबाहु त्रिभुज कहलाता है।

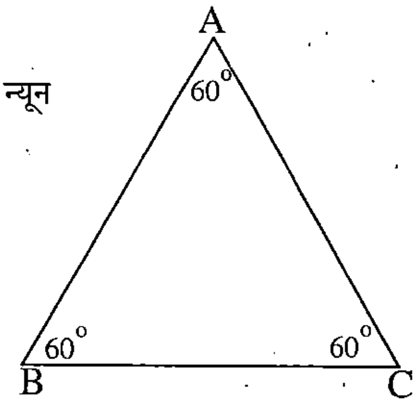


(iii) **विषमबाहु त्रिभुज :** ऐसा त्रिभुज जिसकी कोई भी दो भुजाएं समान न हो, विषमबाहु त्रिभुज कहलाता है।

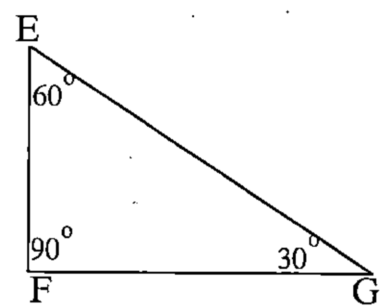


☆ **कोणों के आधार पर भी त्रिभुज तीन प्रकार के होते हैं :**

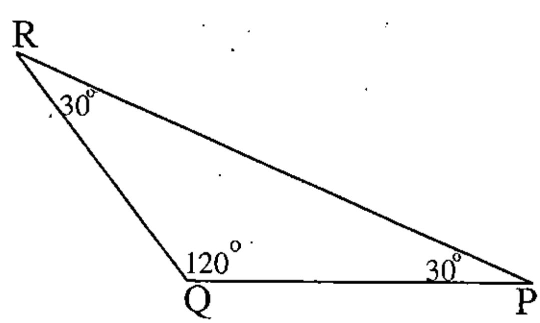
(i) **न्यून कोण त्रिभुज :** ऐसा त्रिभुज जिसके तीनों कोण न्यून या 90° से कम हों, न्यून कोण त्रिभुज कहलाता है।



(ii) **समकोण त्रिभुज :** ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण समकोण या 90° का हो, समकोण त्रिभुज कहलाता है।

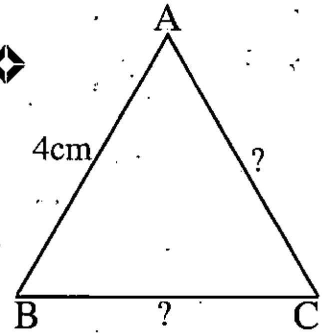


(iii) **अधिक कोण त्रिभुज :** ऐसा △ जिसका एक कोण अधिक कोण या 90° से अधिक हो, अधिक कोण त्रिभुज कहलाता है।

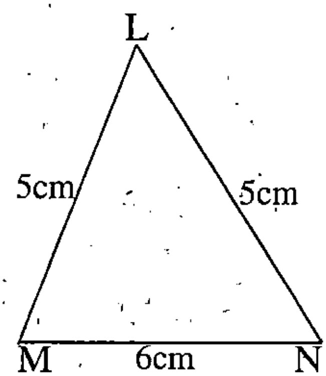


अभ्यास : 26.4

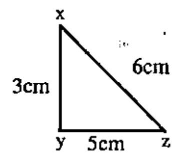
. △ABC एक समबाहु त्रिभुज है। इसके एक भुजा की लम्बाई 4 सेमी है तो शेष भुजाओं की लम्बाई क्या होगी ?



. दाईं ओर की आकृति देखकर बताओ कि त्रिभुज LMN किस प्रकार का त्रिभुज है ?

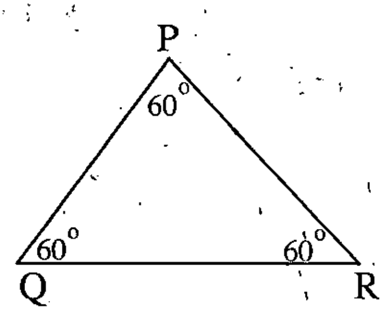


. XYZ किस प्रकार का त्रिभुज है ?

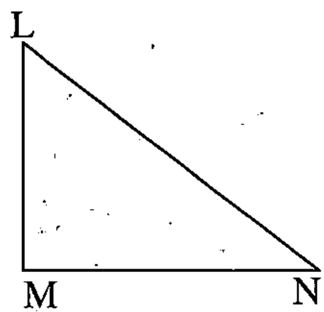


निम्नांकित में सही पर (×) और ग़लत पर (✓) का चिह्न लगाओ :

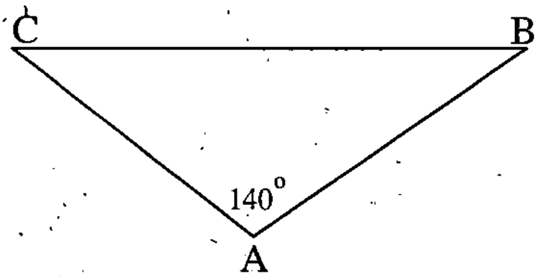
i) △PQR न्यूनकोण त्रिभुज/अधिककोण त्रिभुज है।



ii) △LMN में एक कोण 90° का है। इसलिए त्रिभुज न्यूनकोण त्रिभुज/समकोण त्रिभुज है।

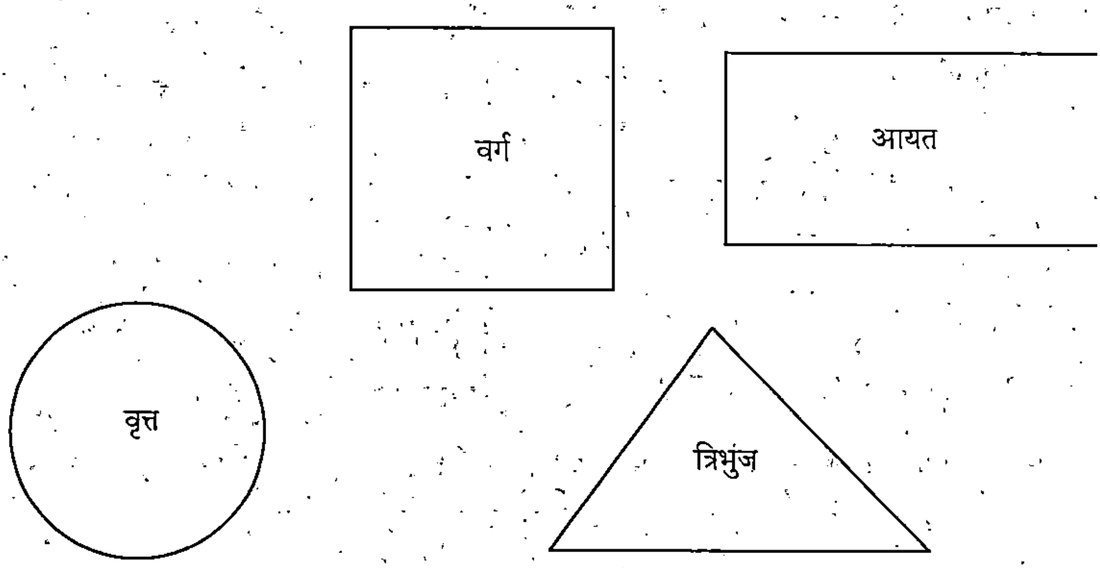


iii) △ABC अधिककोण त्रिभुज/न्यूनकोण त्रिभुज है।



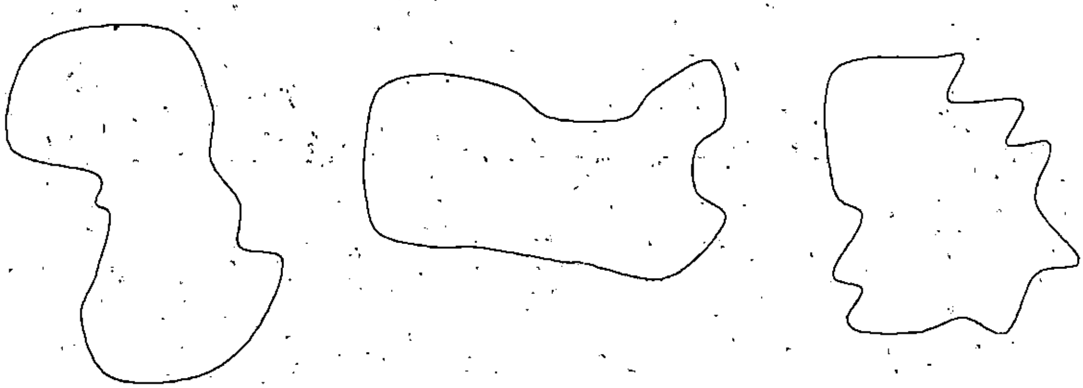
अध्याय : 27

क्षेत्रफल (Area)

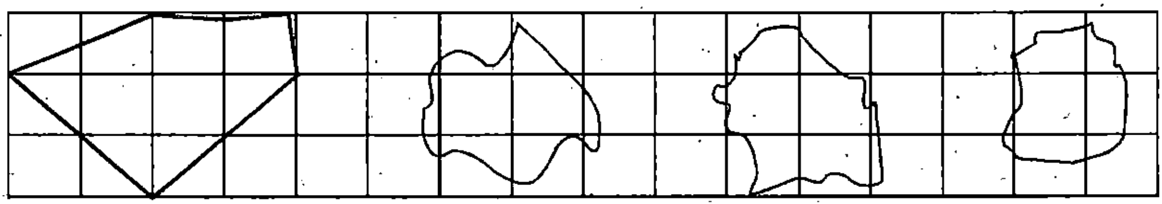


इन आकृतियों से तुम पहले ही से अवगत हो। ये सभी बन्द आकृतियाँ कहलाती हैं।

इसी प्रकार



ये तीनों आकृतियाँ भी बन्द आकृतियाँ हैं, लेकिन ये अनिश्चित आकृतियाँ हैं। इन सभ आकृतियों को अगर हम कागज़ पर बनाते हैं, तो वे कुछ जगह घेरती हैं। बन्द आकृति जितनी जग घेरती है उसे उस आकृति का क्षेत्रफल कहते हैं।



ऊपर की आकृतियों में कौन-सी आकृति सबसे अधिक या सबसे कम जगह घेरती है, इसे किस तरह मालूम करोगे ? स्पष्ट है कि घिरी हुई आकृतियों में जो चतुर्भुज हैं, तुम उनकी संख्या ज्ञात करके बता सकते हो कि कौन-सी आकृति बड़ी है और कौन-सी छोटी।

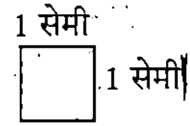
क्षेत्रफल की इकाई

1. ऊपर की आकृति देखकर बताओ :

   (i) वह कौन-सी आकृति है जिसमें सबसे कम पूर्ण चौकोर हैं ?

   (ii) वह कौन-सी आकृति है जिसमें सबसे अधिक चौकोर हैं ?

क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए (ऊपर की आकृति में) संख्या का होना आवश्यक है। चतुर्भज वस्तुत: वह इकाई है, जिसके आधार पर हम क्षेत्रफल ज्ञात करते हैं। आकृति में एक वर्ग बनाया गया है। उसकी प्रत्येक भुजा एक वर्ग सेमी. है। यहाँ क्षेत्रफल की इकाई वर्ग सेमी. है। अगर किसी वर्ग की भुजा एक मीटर हो तो उसका क्षेत्रफल एक वर्ग मीटर होगा।



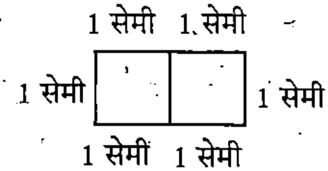
> अगर लम्बाई की इकाई सेंटीमीटर, मीटर और फुट हो तो क्षेत्रफल की इकाई क्रमश: वर्ग सेमी, वर्ग मीटर और वर्ग फुट होगी।

अनिश्चित बन्द आकृतियों के अन्दर मौजूद पूर्ण और अपूर्ण चतुर्भुजों की कुल संख्या के अनुसार उनका क्षेत्रफल अनुमानत: बताया जाता है।

क्षेत्रफल ज्ञात करने की विधि

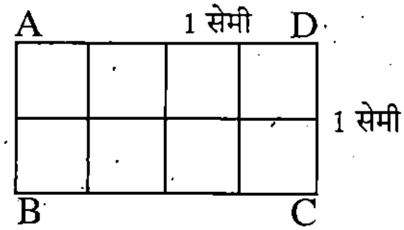
1. वर्ग गिनकर क्षेत्रफल ज्ञात करना :

किसी निश्चित आकृति में एक इकाई के जितने वर्ग होंगे उनकी कुल संख्या ही उस आकृति का क्षेत्रफल होगी।



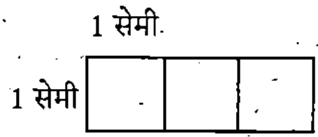
दाईं ओर की आकृति में एक सेमी के दो वर्ग हैं, इसलिए इसका क्षेत्रफल 2 वर्ग सेमी है।

दाईं ओर की आकृति में 1 सेमी के कितने वर्ग हैं ? स्पष्ट है कि इसमें 8 वर्ग हैं। इसलिए आयत ABCD का क्षेत्रफल 8 वर्ग सेमी हुआ।

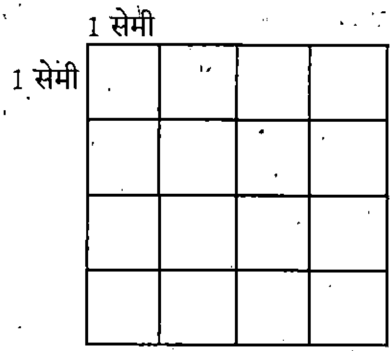


अभ्यास : 27.1

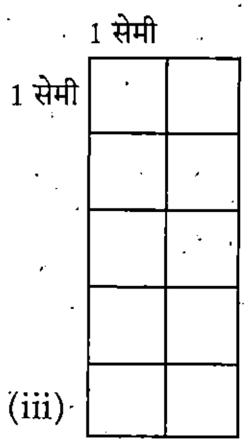
1. प्रत्येक आकृति में वर्ग गिनकर उसका क्षेत्रफल बताओ :



आकृति (i)

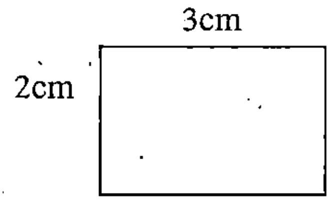


आकृति (ii)

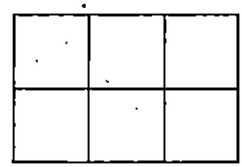


आकृति (iii)

2. सूत्र की सहायता से क्षेत्रफल ज्ञात करना

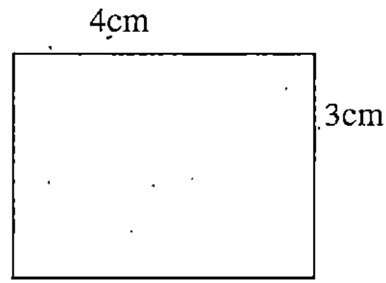


यह एक आयत की आकृति है। इसकी लम्बाई 3 ेमी और चौड़ाई 2 सेमी है।

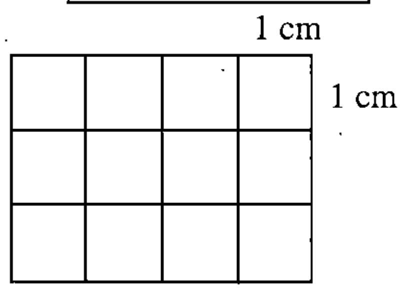


इस आकृति में एक -एक सेमी भुजा के वर्ग बनाए जाएँ तो कुल 6 वर्ग बनेंगे। इसमें लम्बाई की दिशा में 3 वर्ग और चौड़ाई की दिशा में 2 वर्ग हैं। इन दोनों को परस्पर गुणा करने से वर्ग की संख्या ज्ञात हो जाती है :

$$3 \times 2 = 6$$



दाईं ओर की आकृति भी एक आयत की आकृति है। इसकी लम्बाई 4 सेमी और चौड़ाई 3 सेमी है। इस आयत में अगर एक सेमी के वर्ग बनाए जाएँ तो लम्बाई की दिशा में 4 वर्ग और चौड़ाई की दिशा में 3 वर्ग बनेंगे। इस तरह कुल वर्गों की संख्या हुई $4 \times 3 = 12$



ऊपर के दोनों उदाहरणों पर विचार करने से स्पष्ट होता है कि 3 सेमी और 2 सेमी तथा 4 सेमी और 3 सेमी क्रमशः पहले और दूसरे आयत की लम्बाई और चौड़ाई को गुणा करने से इसका क्षेत्रफल ज्ञात हो जाता है।

सूत्र : आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

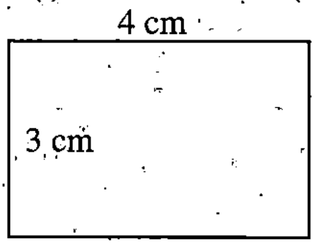
आसान शब्दों में हम कह सकते हैं कि :

आयत की लम्बाई और चौड़ाई का गुणनफल उसका क्षेत्रफल कहलाता है। लेकिन यह ध्यान रहे कि क्षेत्रफल ज्ञात करते समय लम्बाई और चौड़ाई का एक ही इकाई में होना आवश्यक है।

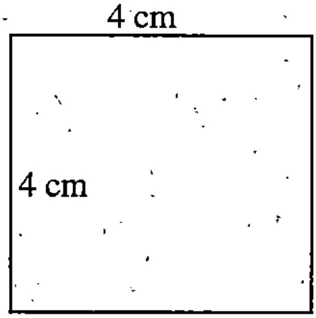
अभ्यास : 27.2

1. क्षेत्रफल ज्ञात करो :

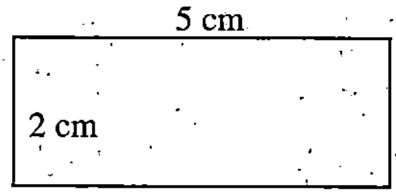
(i)



(ii)



(iii)



2. हल कीजिए :

(i) एक आयत की लम्बाई 15 सेमी और चौड़ाई 12 सेमी है तो उसका क्षेत्रफल कितना होगा ?

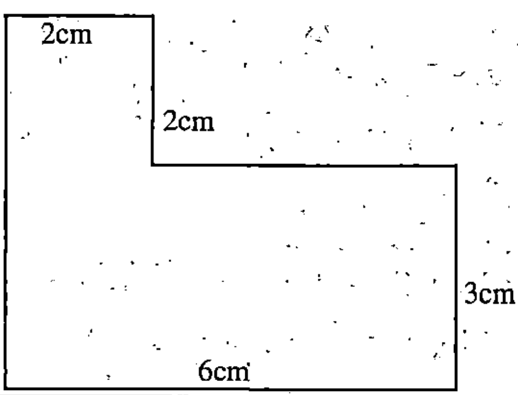
(ii) एक आयताकार भूखण्ड की लम्बाई 8 मीटर और चौड़ाई 6 मीटर हो तो उस भूखण्ड का क्षेत्रफल निकालो।

(iii) एक खेत आयताकार है। उसकी लम्बाई 15 मीटर और चौड़ाई 10 मीटर है। उसका क्षेत्रफल ज्ञात करो। 200 रुपये प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से उस खेत का मूल्य क्या होगा ?

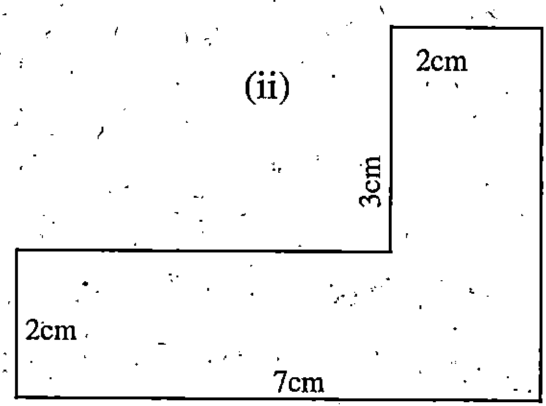
(iv) आयताकार कमरे की लम्बाई 20 फुट और चौड़ाई 12 फुट है, उस कमरे के फ़र्श के लिए 1 वर्ग फुट के कितने टाइल्स की आवश्यकता होगी ?

3. दी हुई आकृतियों का क्षेत्रफल ज्ञात करो :

(i)



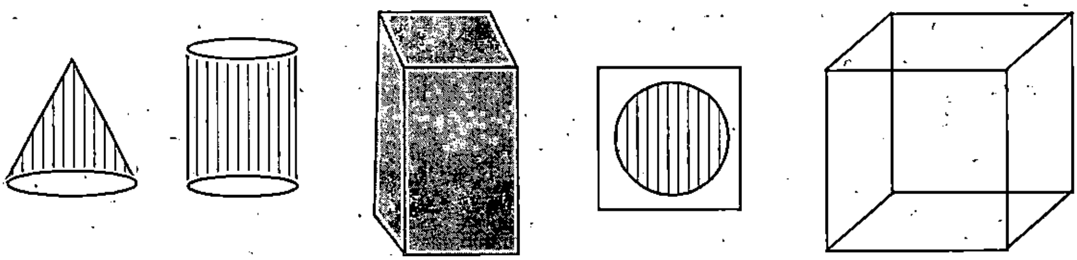
(ii)



अध्याय : 28

आयतन (Volume)

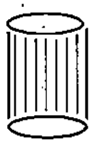
नीचे की आकृतियों को देखो :



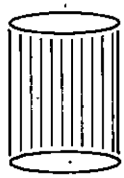
इनमें से प्रत्येक वस्तु कुछ न कुछ जगह घेरती है, लेकिन क्या तुम बता सकते हो कि इनमें से कौन-सी वस्तु ज़्यादा जगह घेरती है ?

सुविधा के लिए आओ पहले एक ही तरह की दो चीज़ों पर विचार करें।

इन दोनों बेलनाकार वस्तुओं को देखकर बताओ कि इनमें से कौन-सी बेलनाकार वस्तु ज़्यादा जगह घेरती है :

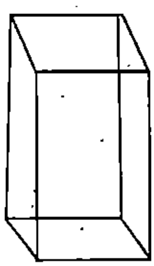


M

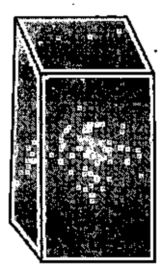


N

स्पष्ट है कि बेलनाकार वस्तु N, बेलनाकार वस्तु M से ज़्यादा जगह घेरती है।



O



P

ऊपर दो घनाकार आकृतियाँ O और P बनाई गई हैं। इनमें घनाभ P ठोस है, जबकि घनाभ O खाली है।

क्या दोनों घनाभ समान स्थान घेरते हैं ?

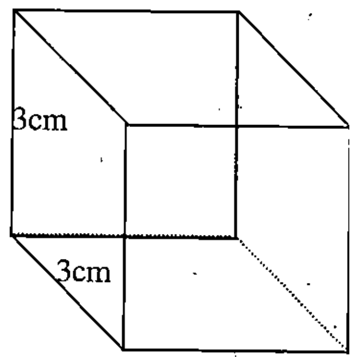
निस्सन्देह दोनों घनाभ समान स्थान घेरते हैं।

इससे यह नियम ज्ञात हुआ कि किसी स्थान को घेरने का समबन्ध किसी वस्तु के ठोस होने य न होने पर निर्भर नहीं है।

किसी ठोस वस्तु के आकार के बराबर घेरा गया स्थान उस वस्तु का आयतन कहलाता है।

स्पष्ट रहे कि क्षेत्रफल केवल एक सतह में घेरे हुए भाग को कहते हैं, जबकि आयतन में ठोस वस्तु की ऊँचाई, मोटाई और गहराई भी शामिल होती है। दैनिक जीवन में हम ऐसी बहुत-सी वस्तुएँ प्रयोग करते हैं जो लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई रखती हैं। जैसे : पैकेट, डिब्बा, माचिस इत्यादि।

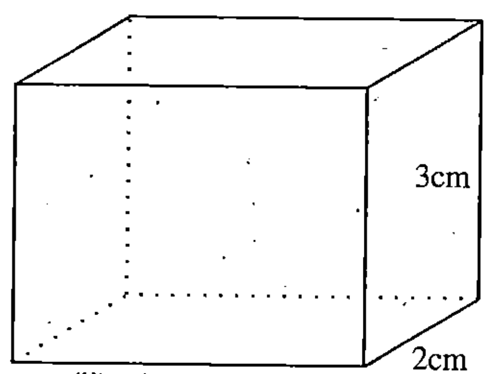
आकृति : वे वस्तुएँ जो लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई रखती हैं, उन्हें आकृति कहा जाता है। दाईं ओर एक आकृति का चित्र है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई एक समान 3 सेमी है।



(i)

घन : ऐसी आकृति जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान हो, उसे घन कहा जाता है। जैसे आकृति (i)
इस घनाकार आकृति में लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई

भिन्न हैं।



(ii)

घनाभ : ऐसी घनाकार आकृति जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई भिन्न हों, उसे घनाभ कहते हैं। जैसे आकृति (ii)

अभ्यास : 28.1

निम्नांकित जोड़ियों में ज़्यादा आयतन रखनेवाली वस्तुओं को अलग-अलग करके लिखो :

(अ)

नींबू और तरबूज़
ईंट और दियासलाई की डिबिया
एक ही नाप की खोखली और ठोस गेंद

आयतन की इकाई या मात्रक

जिस तरह लम्बाई नापने के लिए सेंटीमीटर, मीटर और फुट की इकाई, क्षेत्रफल के लिए वर्ग सेंटीमीटर, वर्ग मीटर या वर्ग फुट की इकाई प्रयुक्त की जाती है, उसी तरह आयतन को स्पष्ट करने के लिए भी इकाई की आवश्यकता पड़ती है।

अगर तुम किसी डिब्बे को घनाकार वस्तुओं की बड़ी संख्या से भरने की कोशिश करोगे तो वह डिब्बों के अन्दर के स्थान को पूरी तरह से भर देगी। लेकिन अगर तुम उसी डिब्बे को घनाभ सामग्री से भरना चाहो तो दोनों तरह की संभावनाएँ हैं, एक यह कि भीतरी स्थान पूरी तरह भर जाए, दूसरे यह कि वह पूरी तरह से न भरे।

अगर तुम घनाभ के अलावा शंक्वाकार, बेलनाकार और वृत्ताकार वस्तुओं से घनाकार आकृति को भरना चाहो तो तुम डिब्बे के अन्दर की जगह को पूरी तरह नहीं भर सकते।

आयतन की इकाई के लिए एक घनाभ को मानक इकाई के रूप में माना जाता है। एक घन सेंटीमीटर से तात्पर्य एक ऐसा घन है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई तीनों एक सेंटीमीटर हो।

आयतन को मापने की विधि : आयतन की माप दो विधियों से की जाती है :

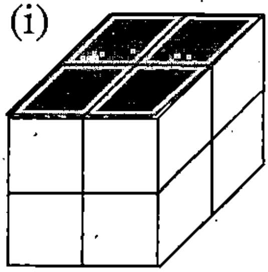
(1) घनाकार वस्तुओं की गिनती के द्वारा और

(2) सूत्र के द्वारा

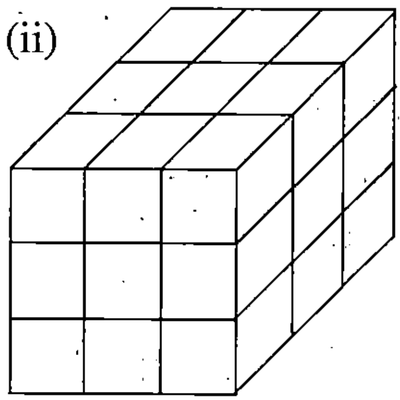
घन की गणना के द्वारा आयतन मालूम करना

घनाभ या घनाकार वस्तुओं का आयतन ज्ञात करने के लिए उसको इकाई आयतनवाले घनों से पूरी तरह भर देते हैं :

(i)



(ii)



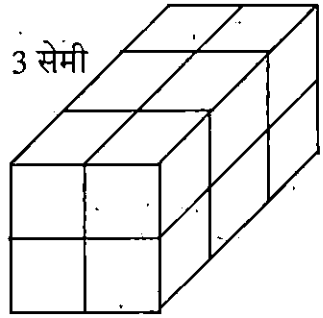
आकृति (i) में एक घन सेमीवाले घनों को गिनो। उनकी कुल संख्या 8 होगी। इसका मतलब यह हुआ कि उसका आयतन 8 घन सेमी है। इसी तरह आकृति (ii) में घनों को गिनने पर उनकी संख्या 27 होगी अर्थात् इसका आयतन 27 घन सेमी हुआ।

इस प्रकार घन को गिनकर घनाकार वस्तुओं का आयतन मालूम करना प्रत्येक दशा में न सरल होता है और न संभव। इसके बजाय आयतन ज्ञात करने के नियमों पर अमल करना आसान है।

घनाकार वस्तुओं के द्वारा आयतन ज्ञात करने की विधि

दाईं ओर की आकृति को ध्यान से देखो। यह एक नाभ की आकृति है। इसकी ऊँचाई 2 सेमी है, चौड़ाई 2 सेमी ौर लम्बाई 3 सेमी है। इसमें कुल घन लम्बाई की ओर 3, ौड़ाई की ओर 2 और उँचाई की ओर भी 2 हैं।

3 सेमी



2 सेमी

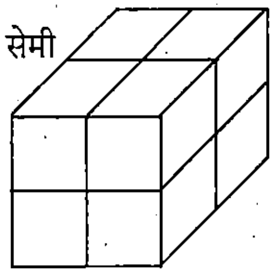
2 सेमी

इस तरह इसका आयतन

= 3 × 2 × 2 = 12 घन सेमी होगा।

इसमें 3 सेंटीमीटर, 2 सेंटीमीटर और 2 सेंटीमीटर नाभ की क्रमश: लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई है।

2 सेमी



2 सेमी

2 सेमी

यह आकृति घन की है।

क्योंकि इसमें लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान हैं।

क्या तुम बता सकते हो कि इसमें कुल कितने घन आ सकते हैं ?

स्पष्ट है कि इसमें 2 × 2 × 2 = 8

8 घन आ सकते हैं।

अर्थात् इस घनाभ का आयतन 8 घन सेमी हुआ।

उपर्युक्त उदाहरणों से हम इस निष्कर्ष पर पहुँचे कि :

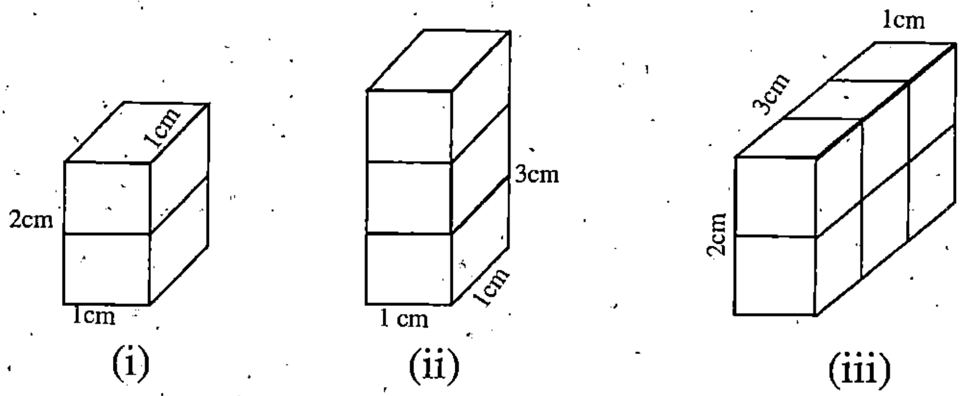
घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई

घन का आयतन = लम्बाई × लम्बाई × लम्बाई

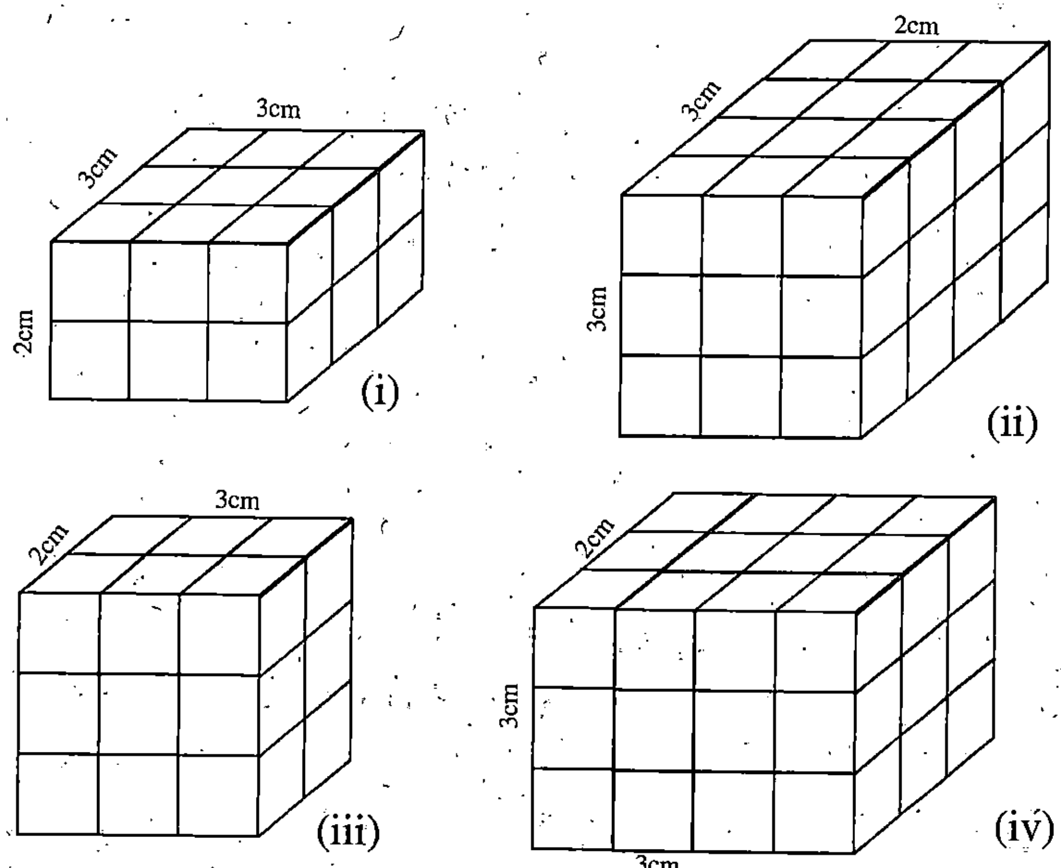
ोट : आयतन ज्ञात करते समय लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई सभी की इकाई या मात्रक एक होनी ाहिए।

अभ्यास : 28.2

1. नीचे की आकृतियों का आयतन ज्ञात करो :



(2) नीचे की आकृतियों में किस-किस का आयतन बराबर है ?



3. उस घन का आयतन ज्ञात करो जिसकी एक भुजा की लम्बाई 10 सेमी है।

4. उस घनाभ का आयतन ज्ञात करो, जिसकी लम्बाई 15 सेमी, चौड़ाई 5 सेमी और ऊँचाई 10 सेमी है।

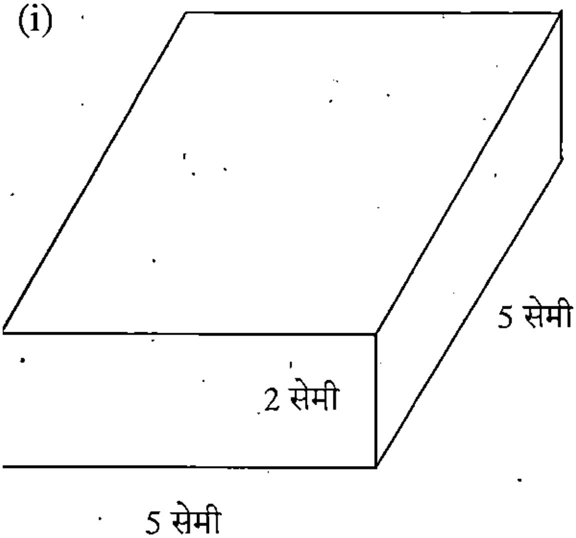
5. एक घनाभ की ऊँचाई 1 मीटर, चौड़ाई 2 मीटर और लम्बाई 300 सेमी. है तो आयतन मालूम करो।

6. एक ईंट लेकर उसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई को मापो। फिर उसका आयतन निकालो।

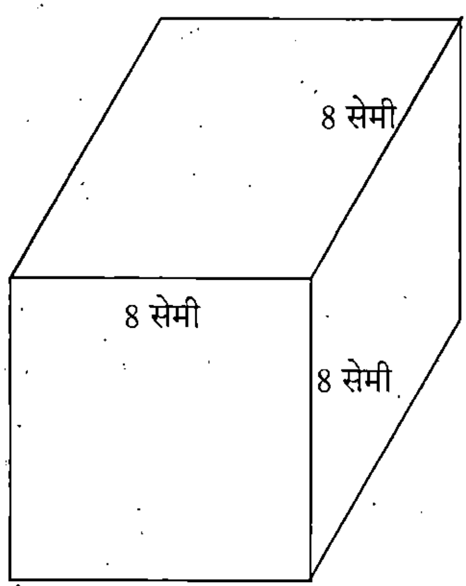
7. एक सन्दूक़ जिसकी लम्बाई 40 सेमी, ऊँचाई 30 सेमी और चौड़ाई 30 सेमी है। इसमें 60 घन सेमीवाली साबुन की कितनी टिकियाँ रखी जा सकती हैं ?

8. निम्नांकित आकृतियों का आयतन मालूम करो :

(i)



(ii)



उत्तरमाला

पुर्वाभ्यास

अभ्यास : 1

1. (ii) 10 मिलियन (iii) 100 मिलियन

2. (i) नौ हज़ार, आठ सौ चालीस, (ii) दस हज़ार, पाँच सौ बीस (iii) ग्यारह हज़ार, चौबीस (iv) सात लाख, नवासी हज़ार, छह सौ तिरसठ (v) नौ लाख, तीन हज़ार, चार सौ अड़तालीस (vi) सत्तर लाख, चवालीस हज़ार, तीन सौ निन्यानवे (vii) तिरसठ लाख, सात सौ तिरासी (viii) दस लाख (ix) निन्यानवे लाख, निन्यानवे हज़ार, नौ सौ निन्यानवे

(x) एक करोड़, बारह लाख, साठ हज़ार, नौ सौ बयालीस (xi) ग्यारह करोड़, दो लाख, नब्बे हज़ार, अठहत्तर (xii) दो करोड़, बावन लाख, आठ हज़ार, नब्बे।

3. (i) 11569 (ii) 125902 (iii) 45,60,927 (iv) 709002 (v) 21310147

4. (i) 3 (ii) 300 (iii) 3000 (iv) 30000 (v) 30 (vi) 300

5. (i) 303779 (ii) 327359 (iii) 127420045 (iv) 84064 (v) 1808116

6. (i) 11250 (ii) 597303 (iii) 7208136 (iv) 10510182 (v) 28873653

7. (i) भागफल = 4589, शेष = 12 (ii) भागफल = 3222, शेष = 7 (iii) भागफल = 36218, शेष = 13 (iv) भागफल = 1186, शेष = 57 (v) भागफल = 163933, शेष = 16

अभ्यास : 2.1

(i)	27,90,03,087	(ii)	39,30,54,942	(iii)	10,05,57,039
(iv)	46,80,07,382	(v)	7,79,70,452	(vi)	65,06,00,083
(vii)	9,00,00,093	(viii)	40,00,72,009	(ix)	5,95,09,083
(x)	77,77,777	(xi)	90,505	(xii)	1,01,01,001
(xiii)	9,00,09,909	(xiv)	80,00,00,080	(xv)	89,69,00,059

अभ्यास : 2.2

(i)	88,422,405	(ii)	115,540,944	(iii)	64000293
(iv)	2002202	(v)	504,01001	(vi)	760,212,003
(vii)	809,809,809	(viii)	7,619,000,049	(ix)	69,991,200,379
(x)	619,059,000,049				

अभ्यास : 3.1

1. (i) 90783306 (ii) 210864205 (iii) 79853336
   (iv) 183543208 (v) 136448639 (vi) 100991724
   (vii) 42335928 (viii) 133800844 (ix) 137201018
   (x) 176400698

2. 83526839 टिकियाँ

3. 161808779 वोट

अभ्यास : 3.2

. (i) 24642200 (ii) 16685308 (iii) 41875828

(iv) 6543201 (v) 9819703 **2.** 21075168 बच्चे

. 11001997 कलम **4.** 32858662 जोड़े

अभ्यास : 4.1

. (i) 173457172 (ii) 101549464 (iii) 153029760

(iv) 177503208 (v) 382444335 **2.** 12344790

. 2351250 **4.** 1615185 **5.** 8, 904 घंटे

. 25398500

अभ्यास : 4.2

. (i) भागफल = 5250, शेष = शून्य, (ii) भागफल = 1461, शेष = 0 (iii) भागफल = 2701, शेष = 5

(iv) भागफल = 1367, शेष = शून्य (v) भागफल = 2114, शेष = 3 **2.** 2501 किताबें

. 260 रुपये **4.** 45 पौधे **5.** 111

. 875

अभ्यास : 4.3

1. (i) 2303028 (ii) 400793105 (iii) 528608676
(iv) 30354143 (v) 486397576

2. (i) भागफल = 107, शेष = 35, (ii) भागफल = 65, शेष = 18, (iii) भागफल = 100, शेष = 88
(iv) भागफल = 318, शेष = 141 (v) भागफल = 941, शेष = 42 (vi) भागफल = 86, शेष = 188

3. 5212170 अक्षर 4. 245 घर 5. 21817728 क़लमें

6. 39943185 7. 31025000 रुपये 8. 49368555 रुपये

9. 1400 छात्राएँ 10. 3250890 सन्तरे

संयुक्त अभ्यास

1. (i) 60538 (ii) 1693835 (iii) 4215041
(iv) 5124777 (v) 60665113

2. (i)

```
 ● ● 4 ● ● 2 ●
 ● ● ● 2 1 ● ●
───────────────
● ● 9 ● ● ● ● ●
```

(ii)

```
  ● ● 6 ● ● 3 ● ●
  ● 6 ● 5 ● ● 0 ●
─────────────────
● ● ● ● ● 0 ● ● ●
```

3. (i) 1094918 (ii) 1143906 (iii) 74397722
(iv) 53290604 (v) 75308643

4. 94980321   5. 22546418   6. 42123288

7. 42123288   8. 42123288

9. (i) 19956524   (ii) 15334823   (iii) 132160000

(vi) 170048295   (v) 223870920

10. (i) भागफल = 746, शेष = 32   (ii) भागफल = 762, शेष = 77   (iii) भागफल = 100, शेष = 66

(iv) भागफल = 71, शेष = 139   (v) भागफल = 80, शेष = 481

11. (i) 7850000   (ii) 4867500   (iii) 25000000

12. (i) भागफल = 4672, शेष = 9   (ii) भागफल = 754, शेष = 36   (iii) भागफल = 85, शेष = 848

(iv) भागफल = 1, शेष = 9810   (v) भागफल = 9, शेष = 99999

13. 786784 शिक्षक   14. 1805164 टन   15. 5703579 औरतें

16. 987037 वोट   17. 22714628 पृष्ठ   18. 35 मिनट

19. 140 कार्टन

अभ्यास : 5.1

1. (i), (ii), (iv), (v), (viii) और (x) सम संख्याएँ हैं।

2. (i), (ii), (iv), (vi), (vii) और (ix) सम संख्याएँ हैं।

अभ्यास : 5.2

1. (i), (ii), (iii), (iv), (vii), (viii) और (ix) विषम संख्याएँ हैं।
2. (i), (ii), (v), (vi) और (x) विषम संख्याएँ हैं।

अभ्यास : 5.3

1. अभाज्य संख्याएँ 13, 17, 29, 43, 71

   यौगिक संख्याएँ 15, 20, 35, 46

2. [1] (2) (3) [4] (5) [6] (7) [9] [10]

   (11) [12] (13) [14] [15] [16] (17) [18]

   (19) [20] [21] [22] (23) [24] [25] [26]

   [27] [28] (29) [30]

3. 9 **4.** 2 **5.** कोई नहीं **6.** 1,3,7,9

7. 9,15,21

अभ्यास : 6.1

1. 214, 200, 248, 452, 1316

अभ्यास : 6.2

1. (ii) 732, (iii) 303, (iv) 132

अभ्यास : 6.3

1. 2030, 1000, 445

संयुक्त अभ्यास

1. 2 से विभाजित होनेवाली संख्याएँ 728, 972, 2132, 670, 5000, 9354

3 से विभाजित होनेवाली संख्याएँ 321, 972, 9354

5 से विभाजित होनेवाली संख्याएँ 670, 5000, 325

अभ्यास : 7

1. (i) 5×7 (ii) $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$ (iii) $3\times7\times13$

(vi) $3\times3\times11$ (v) $2\times2\times7\times7$ (vi) $2\times2\times2\times2\times5\times5$

(vii) $2\times3\times13$ (viii) $3\times5\times23$ (ix) 11×11

(x) $5\times5\times5\times5\times5$

अभ्यास : 8.1

(i) 2 (ii) 5 (iii) 12 (iv) 6

(v) 5 (vi) 10 (vii) 12 (viii) 36

अभ्यास : 8.2

1. (i) 65 (ii) 43 (iii) 72 (iv) 135
(v) 215 (vi) 238 (vii) 5
2. 192 3. 61 4. 875 रुपये

अभ्यास : 8.3

1. (i) 240 (ii) 360 (iii) 700 (iv) 7875
(v) 3360 (vi) 945 (vii) 512
2. 1653 3. 10 बजे 4. 8820

अभ्यास : 8.4

1. (i) 280 (ii) 900 (iii) 840 (iv) 44100
(v) 4725

अभ्यास : 8.5

1. (i) 12 (ii) 20 (iii) 12 (iv) 30
(v) 60 (vi) 30 2. 571 3. 187
4. 9450 5. 6168

अभ्यास : 9.1

1. (i) $\frac{19}{7}$ (ii) $\frac{23}{4}$ (iii) $\frac{48}{5}$ (iv) $\frac{9}{6}$
(v) $\frac{88}{7}$ (vi) $\frac{79}{5}$ (vii) $\frac{165}{8}$ (viii) $\frac{26}{11}$
(ix) $\frac{31}{10}$ (x) $\frac{82}{15}$

अभ्यास : 9.2

1. (i) $\frac{37}{8}$ (ii) $\frac{33}{5}$ (iii) $\frac{67}{7}$ (iv) $\frac{61}{10}$
(v) $\frac{72}{7}$ (vi) $\frac{49}{6}$ (vii) $\frac{80}{7}$ (viii) $\frac{117}{8}$
(ix) $\frac{69}{4}$ (x) $\frac{147}{8}$

अभ्यास : 9.3

1. (i) 6 (ii) 9 (iii) $\frac{150}{9}$ (iv) 20
(v) $\frac{396}{35}$ (vi) $\frac{151}{6}$ (vii) $\frac{482}{77}$ (viii) $\frac{333}{56}$
(ix) $\frac{141}{4}$ (x) $\frac{1786}{72}$

2. (i) 1 (ii) $\frac{13}{4}$ (iii) $\frac{47}{9}$ (iv) $\frac{23}{3}$

(v) $\frac{16}{15}$ (vi) $\frac{117}{56}$ (vii) $\frac{316}{63}$ (viii) $\frac{35}{4}$

(ix) $\frac{311}{30}$ (x) $\frac{197}{18}$

अभ्यास : 10.1

1. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{35}{4}$ (iii) $\frac{16}{3}$ (iv) $\frac{36}{5}$

(v) $\frac{70}{9}$ (vi) $\frac{105}{32}$ (vii) $\frac{8}{21}$ (viii) $\frac{27}{10}$

(ix) $\frac{105}{8}$ (x) $\frac{76}{5}$

अभ्यास : 10.2

1. (i) $\frac{1}{24}$ (ii) $\frac{1}{35}$ (iii) $\frac{1}{54}$ (iv) $\frac{1}{140}$

(v) $\frac{1}{60}$ (vi) $\frac{8}{35}$ (vii) $\frac{15}{28}$ (viii) $\frac{3}{250}$

(ix) $\frac{91}{187}$ (x) $\frac{72}{209}$

अभ्यास : 10.3

1. (i) 1, हाँ (ii) 169, नहीं (iii) 1, हाँ (iv) 1, हाँ
(v) 1, हाँ (vi) 1, हाँ (vii) $\frac{23}{40}$ नहीं (viii) $\frac{49}{36}$ नहीं
(ix) 1, हाँ (x) 1, हाँ

2. (i) $\frac{9}{5}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (ii) $\frac{15}{7}$ (iv) $\frac{3}{16}$
(v) $\frac{7}{25}$ (vi) 1 (vii) $\frac{1}{3}$ (viii) 7
(ix) $\frac{1}{9}$ (x) $\frac{9}{37}$

अभ्यास : 10.4

1. (i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{7}{39}$ (iii) $\frac{11}{6}$ या $1\frac{5}{6}$ (iv) $\frac{8}{105}$
(v) $\frac{37}{15}$ या $2\frac{7}{15}$

अभ्यास : 10.5

1. (i) 6 (ii) 16 (iii) 10 (iv) 6 (v) 90
(vi) 16 (vii) 2 (viii) 28 (ix) 81 (x) 87

अभ्यास : 10.6

1. (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{5}{2}$ (iv) $\frac{34}{7}$ (v) $\frac{23}{19}$

(vi) $\frac{147}{30}$ (vii) 3 (viii) $\frac{5}{12}$ (ix) 2 (x) $\frac{2}{3}$

अभ्यास : 10.7

1. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) 1 (iii) 1 (iv) $\frac{3}{2}$ (v) $6\frac{1}{9}$

(vi) 0 (vii) 0 (viii) $\frac{5}{3}$

अभ्यास : 11.1

(i) $\frac{8}{10}$ (ii) $10 + 3 + \frac{6}{10}$ (iii) $40 + 9 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1000}$

(iv) $300 + 50 + 4 + \frac{9}{10} + \frac{7}{100}$ (v) $100 + 1 + \frac{9}{100} + \frac{7}{1000}$

(vi) $500 + 40 + 8 + \frac{9}{10} + \frac{5}{100} + \frac{7}{1000}$

अभ्यास : 11.2

(i) $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{9}{100}$ (iii) $\frac{137}{20}$ (iv) $\frac{2149}{50}$

(v) $\frac{101}{10}$ (vi) $\frac{19711}{20}$ (vii) $\frac{28713}{100}$ (viii) $\frac{131591}{20}$

अभ्यास : 11.3

(1), (7) और (8) समान दशमलव हैं।

अभ्यास : 11.4

1.	(i)	5.60	(ii)	5.40	(iii)	51.800	(iv)	32.510
	(v)	5.100	(vi)	3.8000	(vii)	28.3000	(viii)	3.95000

अभ्यास : 11.5

1.	(i)	0.8	(ii)	0.7	(iii)	0.3	(iv)	0.87
	(v)	0.521	(vi)	21.9				
2.	(i)	2.5	(ii)	9.3	(iii)	0.37	(iv)	14.50
	(v)	1.030	(vi)	0.09				

3. बढ़ते (आरोही) क्रम से

(i) $2.67 < 3.95 < 5.72 < 8.96 < 10.57$

(ii) $0.125 < 0.215 < 0.527 < 0.575 < 0.597$

(iii) $4.372 < 4.732 < 14.209 < 40.399 < 42.832$

घटते (अवरोही) क्रम से

(i) $10.57 > 8.96 > 5.72 > 3.95 > 2.67$

(ii) $0.597 > 0.575 > 0.527 > 0.215 > 0.125$

(iii) $42.832 > 40.399 > 14.209 > 4.732 > 4.372$

अभ्यास : 11.6

1. (i) 17.3 (ii) 13.34 (iii) 1165.21 (iv) 1294.311 (v) 533.679 (vi) 900.426

2. 59.25

3. 10.56

4. 241.25 रुपये

5. 128.5 किलोग्राम

अभ्यास : 11.7

1.

(i) 41.2 (ii) 49.6 (iii) 19.32

(iv) 807.16 (v) 318.02 (vi) 124.04

2.

(i) 2.2 (ii) 9.51 (iii) 99.04

(iv) 9.88 (v) 7.24 (vi) 200.2

अभ्यास : 12.1

1.

(i) 15.2 (ii) 109.06 (iii) 0.328 (iv) 348.6

(v) 7327.85 (vi) 1167.298

2. 6.25 रुपये

3. 131.25 रुपये

अभ्यास : 12.2

(i) 43.21, 432.1, 4321 (ii) 75.27, 752.7, 7527

(iii) 2, 20, 200 (iv) 7.3, 73, 730

(v) 0.8, 8, 80 (vi) 0.39, 3.9, 39

अभ्यास : 12.3

1. (i) 0.04 (ii) 1.04 (iii) 4.284

(iv) 147.684 (v) 8.911 (vi) 214.86528

अभ्यास : 12.4

1. (i) .4 (ii) 3.10 (iii) 5.02 (iv) 4.06

(v) .25 (vi) 2.514 (vii) 164.41 (viii) 31.915

(ix) .0005

अभ्यास : 12.5

1. (i) 0.089 (ii) 0.02573 (iii) .043052

(iv) .44593 (v) 8.97352

अभ्यास : 12.6

1. (i) 18.313 (ii) 8.63 (iii) 1.11

(iv) 3.902 (v) 0.0002 (vi) 8.2004

अभ्यास : 12.7

1. (i) 1.5 (ii) 0.2 (iii) 0.7 (iv) 42

(V) 2 (vi) 0.5

अभ्यास : 12.8

1. (i) 50 (ii) 8 (iii) 17.269 (iv) 26.642 (v) 24000

अभ्यास : 12.9

1. (i) .5 (ii) .5 (iii) 0.625 (iv) 0.4 (v) 0.375

अभ्यास : 12.10

1. (i) 0.25 (ii) .125 (iii) .25

(iv) .25 (v) .125 (vi) .125

अभ्यास : 13.1

1. (i) 27 (ii) 28 (iii) 271 (iv) 342

अभ्यास : 13.2

1. (i) 12 (ii) 56 (iii) 45 (iv) 14 (v) 48

अभ्यास : 13.3

1. (i) 31 (ii) 5 (iii) 27 (iv) 45
   (v) 53 (vi) 57

अभ्यास : 13.4

1. (i) 17 (ii) 5 (iii) 27 (iv) 1
   (v) 9 (vi) 15 (vii) 3 (viii) 78

अभ्यास : 14

1. डेढ़ पारा
2. 54 नम्बर
3. 2 किलोमीटर प्रति घंटा
4. 6080 रुपये
5. 4.3

अभ्यास : 15.1

1. 800 किलोमीटर प्रति घंटा
2. 0.6 किलोमीटर प्रति घंटा
3. 58.5 किलोमीटर प्रति घंटा
4. जुनैद
5. 72 किलोमीटर प्रति घंटा

अभ्यास : 15.2

1. 5 घंटे
2. 5 घंटे 30 मिनट
3. 12 घंटे 30 मिनट
4. 50 मिनट
5. 50 मिनट

अभ्यास : 15.3

1. 250 किलोमीटर
2. 1 किलोमीटर 650 मीटर
3. 440 किलोमीटर
4. 11.6 किलोमीटर
5. 230 किलोमीटर

अभ्यास : 16.1

1. 190 रुपये
2. 395 रुपये
3. 25 रुपये
4. 50 रुपये लाभ
5. 280 रुपये

अभ्यास : 16.2

1. 30 रुपये हानि
2. 10.50 रुपये हानि
3. 29 रुपये लाभ
4. 5 रुपये हानि
5. 24 रुपये लाभ

अभ्यास : 17.1

1. 46 रुपये 50 पैसे	2. 40 पोस्ट कार्ड	3. 20 रुपये
4. 46 रुपये 50 पैसे	5. 62 रुपये 50 पैसे	6. 375 रुपये
7. 250 रुपये	8. 10 रुपये	9. 45 रुपये

अभ्यास : 17.2

1. 5 रुपये	2. 12 रुपये	3. 25 रुपये	4. 17 रुपये
5. 50 रुपये	6. 150 रुपये	7. 500 रुपये	

अभ्यास : 18.1

2.	8 p.m,	10 p.m,	2.30 p.m,	4.50 p.m,	7.20 p.m,
3.	A-b	B – c	C – e	D – a	E – d
4.	10.30 p.m,	18.00,	2.20 p.m,	4.50 p.m,	17.20, 11.00 p.m.

अभ्यास : 18.2

1.

(i) 4545 (ii) 4546 (iii) 17:05 (iv) 21:15 (v) 166km

(vi) 4 घंटे, 20 मि. (vii) 81km (viii) 19:4 (ix) 15 मिनट

(x) 07:30 P.M. शामली-आने का समय
07:45 P.M. जाने का समय

(xi) 7:30 A.M. शामली-आने का समय
7:40 A.M. जाने का समय

(xii) 95 km

2.

(i) आगरा कैंट आने का समय 8:12 A.M., जाने का समय 8:17 A.M.

(ii) 705 k.m.

(iii) नई दिल्ली-आगरा कैंट इंटरसिटी एक्सप्रेस। गाड़ी नं. 4212

(iv) 1542 k.m. (v) 1343 k.m.

(vi)

	आगमन का समय	प्रस्थान का समय
नई दिल्ली	....	5:40 p.m.
ह. निज़ामुद्दीन	6.00 p.m.	6:02 p.m.
फ़रीदाबाद	....	6:29 p.m.
मथुरा	8:36 p.m.	8:38 p.m.
राजा की मंडी	....	9:22 p.m.
आगरा कैंट	9.40p.m.	....

(vii) हज़रत निज़ामुद्दीन से 9:00 बजे शाम को चलती है और 07:05 बजे सुबह हबीब गंज पहुँती है।

(viii) निज़ामुद्दीन-भुसावल गोंडवाना एक्सप्रेस

3. (i) मुम्बई-फ़ीरोज़पुर जनता एक्सप्रेस-9023, मुम्बई-फ़ीरोज़पुर पंजाब मेल-2137

(ii) 302 k.m, 392 k.m.

(iii) श्रीगंगानगर से प्रस्थान 6.00 a.m., दिल्ली आगमन 13:40

(iv) 8 घंटे 25 मिनट

(v) 30 मिनट

अभ्यास : 19.1

1. (ii) 61% (iii) 72, 72% (iv) 23, 23 प्रतिशत (v) $2\frac{1}{2}$ प्रतिशत, $2\frac{1}{2}$%

2. (i) बारह प्रतिशत (ii) पैंतीस प्रतिशत (iii) साढ़े पन्द्रह प्रतिशत

(iv) आधा प्रतिशत (v) तैंतालीस दशमलव दो पाँच प्रतिशत

अभ्यास : 19.2

1. (i) $\frac{3}{20}$ (ii) $\frac{9}{20}$ (iii) $\frac{13}{20}$

(iv) $\frac{23}{25}$ (v) 1

अभ्यास : 19.3

1. (i) 50% (ii) 60% (iii) 4% (iv) 4% (v) 45%

अभ्यास : 19.4

1. (i) 16 (ii) 9 (iii) 37.50 (iv) 0.24

(v) 900 (vi) 4.5 किलोग्राम (vii) 75 मीटर

अभ्यास : 19.5

1. (i) 0.12 (ii) 0.155 (iii) .18 (iv) 0.09 (v) 0.4

अभ्यास : 19.6

1. (i) 250% (ii) 405% (iii) 93% (iv) 5% (v) 4105%

अभ्यास : 19.7

1. 20% **2.** 80% **3.** 66.6% **4.** 40% **5.** 16.66%

अभ्यास : 20

1. 187.50 रुपये **2.** 1500 रुपये **3.** 25000 रुपये

4. 27 क्विंटल **5.** 1.75 क्विंटल

अभ्यास : 21

1. 2737.5 रुपये

2. (i) ब्याज = 384 रुपये
मिश्रधन = 1984 रुपये

(ii) ब्याज = 625.5 = रुपये
मिश्रधन = 5152.5 रुपये

(iii) ब्याज = 234 रुपये
मिश्रधन = 4134 रुपये

(iv) ब्याज = 2601 = रुपये
मिश्रधन = 7701 रुपये

(v) ब्याज = 1764 रुपये
मिश्रधन = 8064 रुपये

3. 6250 रुपये

4. 9843 रुपये 75 पैसे

5. 16269 रुपये

अभ्यास : 22.1

1. थर्मामीटर 2. 212°F, 100°C 3. (i) 50°F (ii) 68°F (iii) 86°F (iv) 122°F

4. (i) 95°C (ii) 45°C (iii) 35^{0} F (iv) 37°C

अभ्यास : 22.2

1. अ- (iv) ब- (iii) स- (i) द- (ii)

अभ्यास : 24.2

3. PQ, X, LM

अभ्यास : 24.4

1.	अधिक एक भी नहीं	**2.**	अनगिनत	**3.**	नहीं	**4.**	नहीं
5.	दोनो रेखाएँ समानान्तर होंगी	**6.**	नहीं	**8.**	(i) हैं	(ii)	नहीं हैं
(iii)	नहीं हैं	(iv)	हैं	**9.**	एक रेखा	**10.**	एक
11. (i)	सही	(ii)	ग़लत	(iii)	ग़लत	(iv)	ग़लत

अभ्यास : 24.5

(2) I J, JK, IK **(3)** 6 रेखाएँ हैं

अभ्यास : 25.1

1. (ii) ∠GOH (iv) ∠IOJ (v) ∠KOL (vi) ∠MON
2. (i) A, ∠BAC (ii) D, ∠EDF (iii) J, ∠IJH
   (iv) L, ∠KLM (v) M, ∠NMO

3. (i) ∠XZA, ∠XZY, ∠BZX, ∠BZY,

(ii) ∠BAD, ∠BAR, ∠DAR,

अभ्यास : 25.2

1. (i) 90° (ii) 125° (iii) 50°

(iv) 50° (v) 90° (vi) 110°

अभ्यास : 25.4

1. ∠LMN, ∠OPQ और ∠DEF छोटे कोण हैं।

अभ्यास : 25.5

1. (i) अधिककोण (Obtuse Angle)	(ii) न्यूनकोण (Acute Angle)	(iii) न्यूनकोण (Acute Angle)
(iv) समकोण (Right Angle)	(v) सरलकोण (Straight Angle)	(vi) प्रतिवर्तीकोण (Reflex Angle)

अभ्यास : 26.2

1. PQ, QR, PR 2. P, Q, R 3. ∠13P, ∠Q, ∠R

अभ्यास : 26.3

1. (i) और (iv) त्रिभुज के कोण हो सकते हैं।

2. (i) ∠C = 70° (ii) ∠P = 45°

अभ्यास : 26.4

1. 4 सेमी और 4 सेमी 2. समद्विबाहू त्रिभुज 3. विषमबाहु त्रिभुज

4. (i) न्यूनकोण त्रिभुज (ii) समकोण त्रिभुज (iii) अधिककोण त्रिभुज

अभ्यास : 27.1

1. (i) 3 वर्ग सेमी (ii) 16 वर्ग सेमी (iii) 10 वर्ग सेमी

अभ्यास : 27.2

1. (i) 12 वर्ग सेमी (ii) 16 वर्ग सेमी (iii) 10 वर्ग सेमी

2. (i) 180 वर्ग सेमी (ii) 48 वर्ग मीटर (iii) 150 वर्ग मीटर, 30,000 रुपये
(iv) 240 टाइल्स 3. (i) 22 वर्ग सेमी (ii) 20 वर्ग सेमी

अभ्यास : 28.1

(अ) कम आयतन रखनेवाली चीज़ें-नींबू, दियासलाई और खोखली गेंद हैं।

अभ्यास : 28.2

1. (i) 2 घन सेमी (ii) 3 घन सेमी (iii) 6 घन सेमी

2. (i) और (ii), (iii) और (iv) का

3. 1000 घन सेमी 4. 750 घन सेमी 5. 6 घन मीटर

7. 600 टिकियाँ 8. (i) 50 घन सेमी (ii) 512 घन सेमी